

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ РАДИУСОВ ДЛЯ МАЛЫХ РАДИАЦИОННЫХ ПОЛЕЙ КВАДРАТНОЙ И ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ФОРМЫ

В.А. Климанов^{1,2}, М.А. Колыванова², Э.К. Серикбекова¹

¹ Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ, Москва

² Федеральный медицинский биофизический центр им. А.И. Бурназяна ФМБА России, Москва

Цель: В дистанционной лучевой терапии при расчете дозы на геометрической оси пучков нередко применяется переход от прямоугольных полей к квадратным и от квадратных к круглым. В работе предложен новый более точный подход к таким преобразованиям, в котором учитывается вклад в дозу, создаваемый как рассеянными, так и не рассеянными фотонами, падающими на всю поверхность поля.

Материал и методы: Предлагаемый метод основан на математической модели дозового ядра тонкого луча фотонов, в которой применяется аналитическая аппроксимация радиальной зависимости отдельных компонентов этого ядра на разных глубинах в полубесконечной водной среде. Другой отличительной чертой метода является представление дозы от пучков квадратной и прямоугольной формы в виде суперпозиции полей с поперечными сечениями в виде прямоугольных треугольников. Вклад в дозу от таких полей удастся выразить в виде аналитических выражений.

Результаты: Разработанный метод применен для определения радиусов круглых полей, создающих такое же глубинное распределение дозы на оси пучков в водном фантоме, как квадратные и прямоугольные поля, для пучков тормозного излучения с максимальной энергией фотонов в спектре, равной 18 МэВ. В отличие от традиционного подхода к этой задаче, основанного на сохранении площади поля или отношения площади поля к периметру поля, показано, что значение эквивалентных радиусов и квадратов зависят от глубины расчета дозы и от спектра пучка. Особенно существенна эта зависимость для малых полей на небольших глубинах. Для проверки полученных результатов были проведены прямые расчеты глубинных доз, создаваемых пучками с круглым и квадратным сечениями в водном фантоме для пучка 18 МВ. Получено хорошее согласие результатов.

Выводы: Предложенный в работе подход к определению эквивалентных размеров круглых и квадратных полей позволяет заметно улучшить точность расчета глубинных распределений дозы для тормозных пучков с малым поперечным сечением при использовании принципа эквивалентных полей.

Ключевые слова: дистанционная лучевая терапия, эквивалентный размер поля, малые поля, независимый расчет дозы, метод тонкого луча

Введение

При проведении различных расчетов дозы на геометрической оси пучков нередко применяется переход от прямоугольных и квадрат-

ных полей к эквивалентным полям с круглым сечением и от прямоугольных к квадратным полям. Это позволяет уменьшить размерность задачи и, следовательно упростить ее решение. Долгое время для выполнения такого преобра-

зования при переходе от полей прямоугольной к квадратной форме применялся эмпирический метод сохранения отношения площади поля к ее периметру, а при переходе от квадратной к круглой форме применялся метод сохранения площади поля. Впервые эти методы были описаны в работах [1, 2]. Позднее для проведения таких переходов был предложен принцип сохранения вклада в дозу на оси пучка от рассеянного излучения. В литературе, например в работах [3, 4], появились разные варианты реализации такого подхода.

В малых полях, создаваемых пучками высокоэнергетического тормозного излучения (ВТИ) из-за больших пробегов вторичных электронов, образующихся при взаимодействии первичного ВТИ, значительный вклад в дозу на оси пучка дают первичные фотоны, падающие на периферию поля. Поэтому данный принцип не обеспечивает требуемую в лучевой терапии высокую точность расчета дозы, из-за чего такой подход для малых полей неправомерен. Особенно актуальна эта проблема в системах независимого расчета дозы, которые все шире используются в дозиметрическом планировании лучевой терапии как часть программы гарантии качества.

В работе предлагается более точный метод определения размеров эквивалентных круглых и квадратных полей, основанный на математической модели дозового ядра тонкого луча (ТЛ) тормозных фотонов, и проведена его проверка для тормозных фотонов 18 МВ.

Материал и методы

Метод основан на математической модели дозового ядра тонкого луча (ТЛ) тормозных фотонов, предложенной в работе [5, 6]. Под понятием “дозовое ядро” ТЛ (или по терминологии [7] “ядро тонкого луча”) понимается пространственное распределение относительной доли от энергии точечного мононаправленного источника фотонов, падающих нормально на полубесконечную водную среду и поглощаемых в единице объема среды в окрестности произвольной точки \vec{r} (рис. 1). Для воды это эквивалентно относительному распределению поглощенной дозы. В цилиндрической системе координат с началом в точке падения ТЛ на среду дозовое ядро будет функцией спектра фотонов, глубины z и поперечного расстояния r точки де-

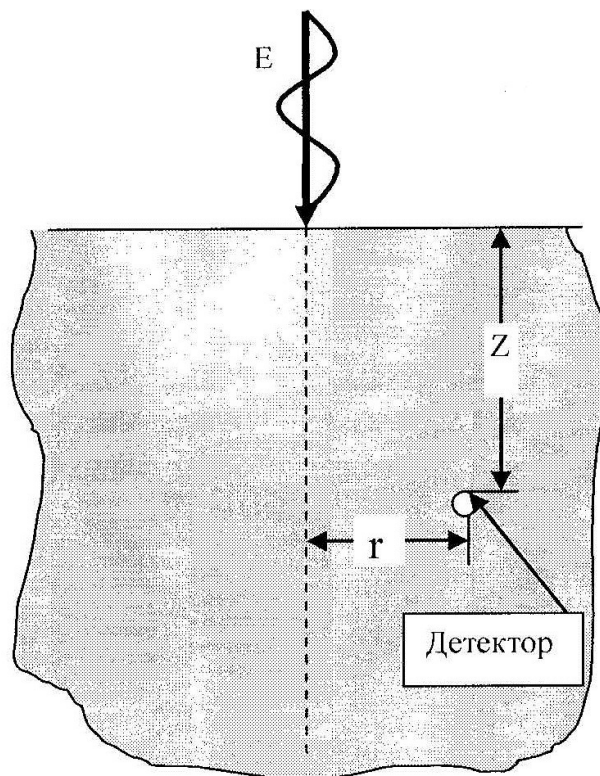


Рис. 1. Геометрия тонкого луча фотонов

тектирования от ТЛ. Обозначим эту величину $K(E, z, r)$.

В соответствии с моделью дозовое ядро ТЛ для воды представляется в виде суммы двух компонент, представляющих вклад в поглощенную в единице объема энергию от первичных и рассеянных фотонов:

$$K(E, z, r) = K_p(E, z, r) + K_s(E, z, r). \quad (1)$$

Далее для краткости переменную E будем, как правило, опускать или заменять на Q (качество пучка), но подразумевать энергию. Для аналитической аппроксимации радиальной зависимости каждой компоненты в модели применено следующее аналитическое выражение:

$$K_j(z, r) = \sum_{i=1}^{N_j} C_{j,i}(z) \cdot e^{-k_{j,i}(z)r} / r, \quad (2)$$

где $j=p$ или s для первичного и рассеянного компонент, соответственно; N_j – число членов суммы, зависящее от качества (спектра) пучка и вида компоненты; C_i и k_i – эмпирические коэффициенты, зависящие от глубины, значения которых определялись методом нелинейной регрессии в сочетании с методом случайного поиска через подгонку результатов расче-

та по формуле (2) к результатам расчета методом Монте-Карло. Для спектров тормозного излучения 6 и 18 МВ оказалось достаточным по два члена в каждой компоненте.

Известно (см., например, [8]), что доза в водном фантоме на оси дискового мононаправленного источника фотонов радиусом R и качеством Q связана с дозовым ядром ТЛ следующим интегральным соотношением:

$$D(Q, z, r = 0, R) = 2\pi \int_0^R \psi(r, z = 0) \cdot \bar{K}(z, r) \cdot r \cdot dr, \quad (3)$$

где $\psi(r, z = 0)$ – распределение флюенса энергии фотонов на поверхности фантома; $\bar{K}(z, r)$ – дозовое ядро ТЛ в воде, усредненное по спектру падающих на поверхность фотонов.

Для конусных (расходящихся из точки) пучков в случае малых полей фотоны падают практически нормально на поверхность фантома, поэтому выражение для дозы на оси пучка с круглым поперечным сечением можно записать в виде выражения, аналогичному уравнению (1), но с учетом ослабления флюенса энергии по закону обратных квадратов и увеличением радиуса интегрирования R_z с увеличением глубины расположения точки расчета в фантоме. В этом приближении уравнение для дозы будет следующим:

$$D(z, r = 0, R_s) = 2\pi \left(1 + \frac{z}{F}\right)^{-2} \int_0^{R_z} \psi(r, z = 0) \cdot \bar{K}_{ТЛ}(z, r) \cdot r \cdot dr, \quad (4)$$

где $R_z = (1 + z/F) \cdot R_s$, F – расстояние от поверхности фантома до источника; R_s – радиус поля на поверхности фантома.

Подставляя в (4) формулу (2) с двумя членами в ряде, получаем для расходящегося пучка с круглым поперечным сечением с постоянным по сечению значением флюенса следующую выражение для j -компоненты дозы:

$$D_j^{ring}(Q, z, r = 0) = 2\pi \cdot const \cdot \left(1 + \frac{z}{F}\right)^{-2} \times \left[\frac{C_{1,j}}{k_{1,j}} \left(1 - e^{-k_{1,j} \left(1 + \frac{z}{F}\right) R_s}\right) + \frac{C_{2,j}}{k_{2,j}} \left(1 - e^{-k_{2,j} \left(1 + \frac{z}{F}\right) R_s}\right) \right]. \quad (5)$$

В случае пучков с квадратным или прямоугольным поперечными сечениями дозу на геометрической оси таких пучков можно представить как сумму от полей с поперечными сечениями в виде прямоугольных треугольников (рис. 2). Треугольники показаны на рис. 2 в сером цвете.

Доза в детекторе, расположенном в вершине прямоугольного треугольника, определяется в методе ТЛ через двойной интеграл по площади поперечного сечения i -треугольника. В координатах на рис. 2с он имеет вид:

$$D_i(z) = \frac{1}{\left(1 + z/F\right)^2} \times \int_0^{\theta} \int_0^{L_i(z)/\cos\theta} \Psi(z = 0, r) \cdot \bar{K}(z, r) \cdot r \cdot dr \cdot d\theta. \quad (6)$$

Подставляя в (6) аналитическую форму дозового ядра ТЛ (2) с двумя членами в ряде и проводя интегрирование, получаем для j -компоненты дозы для случая однородного распре-

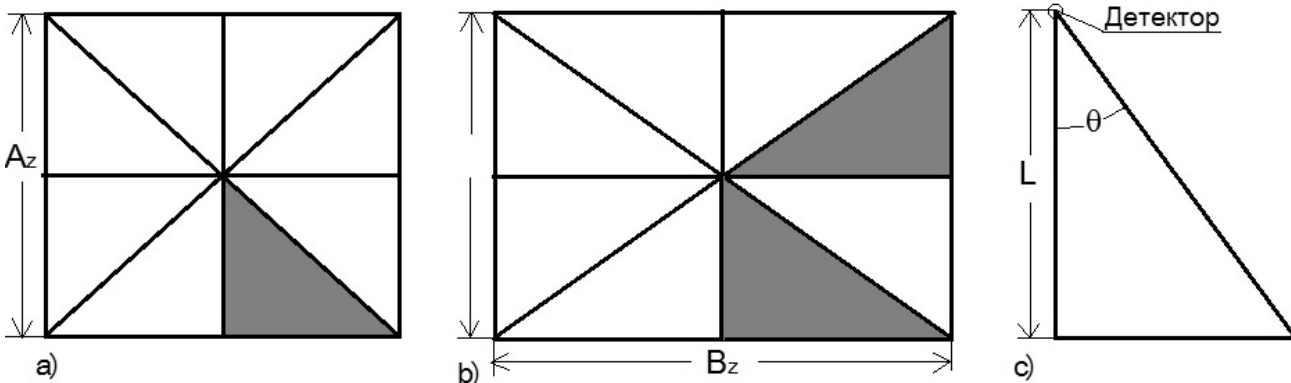


Рис. 2. Разложение квадратных (a) и прямоугольных (b) полей на суммы полей в виде прямоугольных треугольников (c)

деления флюенса по площади квадратного сечения поля следующее выражение:

$$D_j^{square}(z) = \frac{8 \cdot const}{(1+z/F)^2} \times \left\{ \frac{C_{1,j}}{k_{1,j}} \left(\frac{\pi}{4} - siev(0.5 \cdot k_{1,j} L(z) / \cos \theta) \right) + \frac{C_{2,j}}{k_{2,j}} \left(\frac{\pi}{4} - siev(0.5 \cdot k_{2,j} L(z) / \cos \theta) \right) \right\}, \quad (7)$$

где A_z – сторона квадратного сечения пучка на глубине z , равная $A_z = A_s(1+z/F)$; A_s – сторона квадратного поля на поверхности фантома; интеграл $siev(x, \theta) = \int_0^\theta e^{-x/\cos \theta'} d\theta'$ называется интегралом Зиверта первого рода и его значения приводятся в справочниках.

Аналогичным образом определяется j -компонента дозы на оси пучка с прямоугольным поперечным сечением, только в этом случае формула (7) будет состоять из двух членов в соответствии с разными значениями угла θ при вершинах прямоугольных треугольников (см. рис. 2b).

Приравнивая суммарные дозы, определяемые из уравнений (5) и (7), получаем уравнение (8) относительно эквивалентного радиуса R_{eq} в зависимости от значения стороны квадрата A . Оно легко решается численно, например, итерационным методом.

$$[D_p(Q, z, R_{eq}) + D_s(Q, z, R_{eq})]_{ring} = [D_p(Q, z, A) + D_s(Q, z, A)]_{square}. \quad (8)$$

Такое же уравнение записывается для определения эквивалентного радиуса для прямоугольного поля. Отметим также, что аналогичный подход может быть применен для определения стороны квадратного поля, эквивалентного по отношению к глубинному осевому распределению дозы для прямоугольного поля.

Результаты и обсуждение

Развитый в работе метод определения эквивалентных размеров полей был применен для малых полей, создаваемых пучками тормозного излучения ускорителя Вариан 18 МВ в режиме работы. На рис. 3 в виде примера показаны результаты расчета зависимости дозы на оси пучков с круглым и квадратным поперечными сечениями на глубинах 1 и 4 см без учета вклада от “загрязняющих” электронов.

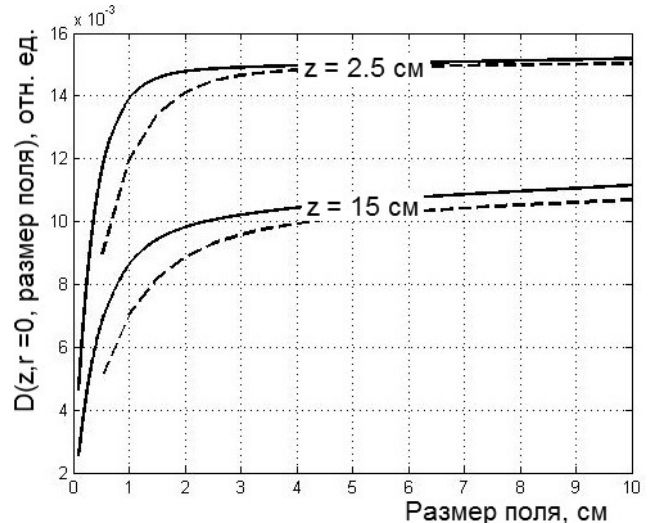


Рис. 3. Зависимость дозы на оси пучков с круглым (—) и квадратным (---) поперечными сечениями для глубины 1,0 и 4,0 см в водном фантоме от размера поля (радиуса для круглых полей и стороны квадрата для квадратных полей на поверхности фантома) на разных глубинах в водном фантоме

Следует отметить, что значения эквивалентных радиусов для малых полей в отличие от прежних подходов оказались зависимыми (правда, не очень сильно) от глубины расположения точки детектирования в водном фантоме. Этот эффект иллюстрируется на рис. 4.

Полученные в работе значения эквивалентных радиусов круглых полей, создающих

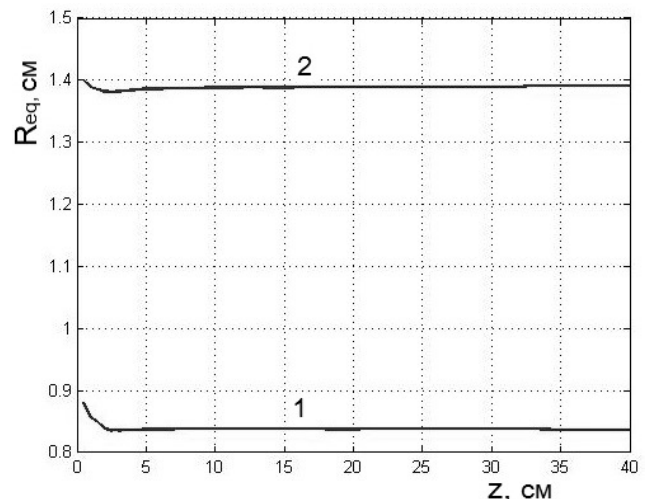


Рис. 4. Зависимость эквивалентного радиуса круглого поля от глубины расположения точки детектирования в водном фантоме для квадратных полей размером $1,5 \times 1,5$ (1) и $2,5 \times 2,5$ (2) см

Таблица 1

Значения эквивалентных радиусов круглых полей, создающих такое же глубинное распределение дозы на оси, как пучки с квадратным поперечным сечением в водном фантоме для глубин ≥ 3 см

Глубина, см	Размер квадратного поля, см							
	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
0,5	0,3245	0,4715	0,881	1,0925	1,3995	1,667	1,9495	2,2285
1	0,3	0,524	0,8525	1,093	1,387	1,655	1,9395	2,2235
1,5	0,2895	0,545	0,8365	1,098	1,379	1,652	1,936	2,2215
2	0,2875	0,5495	0,835	1,102	1,379	1,6515	1,9295	2,211
2,5	0,2865	0,5515	0,835	1,1045	1,3805	1,653	1,929	2,207
3	0,2865	0,5525	0,8355	1,1065	1,382	1,655	1,93	2,2065
3,5	0,2865	0,553	0,836	1,1075	1,3835	1,6565	1,931	2,207
4	0,287	0,553	0,8365	1,1085	1,3845	1,6575	1,9325	2,208
4,5	0,287	0,553	0,837	1,109	1,385	1,659	1,9335	2,209
5	0,287	0,553	0,837	1,1095	1,3855	1,6595	1,9345	2,21

такое же глубинное распределение дозы на оси, как пучки с квадратным поперечным сечением в водном фантоме для глубин ≥ 3 см, представлены в табл. 1.

Для проверки полученных в работе результатов были проведены методом Монте-Карло по коду EGSnrc прямые расчеты дозы в водном фантоме на оси пучков с круглым и квадратными поперечными сечениями. Сравнение значений дозы выполнялись для размеров квадратных полей 1×1 , 2×2 и 4×4 см и эквивалентных круглых полей, радиусы которых определялись в соответствии с предлагаемым методом. Расхождение результатов находилось в пределах 2 %.

Заключение

В работе разработан метод определения эквивалентных размеров круглых полей, создающих такое же дозовое распределение в водном фантоме на оси пучков, как пучки с квадратными и прямоугольными поперечными сечениями. Метод позволяет учитывать вклад как рассеянного, так и нерассеянного излучений. Впервые показано, что имеется зависимость этих размеров от глубины расположения точки интереса в облучаемом объеме. Полученные в работе новые значения эквивалентных радиусов позволяют повысить точность расчета глубинных дозовых распределений. Особенно полезны эти результаты будут при разработке простых алгоритмов независимого расчета дозы.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и СИТМА в рамках научного проекта № 18-52-34008 и программы повышения конкурентоспособности НИЯУ МИФИ.

Список литературы

1. Jones D.E.A. Axial surface and depth dose for elongated rectangular x-ray fields // Brit. J. Radiol. 1949. Vol. 22. P. 342–345.
2. Day M.J. A note on the calculation of dose in X-ray fields // Brit. J. Radiol. 1950. Vol. 23. P. 368–369.
3. Day M.J., Aird E.G.A. The equivalent field method for dose determinations in rectangular fields in central axis depth dose data for use in radiotherapy // BJR Supplement 25. 1996. P. 138–152.
4. Dosimetry of Small Static Fields Used in External Beam Radiotherapy: An International Code of Practice for Reference and Relative Dose Determination, Technical Reports Series No. 483, 2017. Vienna. IAEA.
5. Климанов В.А., Моисеев А.Н., Колыванова М.А. и соавт. Дозовые ядра тонкого и дифференциального тонкого лучей фотонов со спектром терапевтического аппарата Рокус с источником Co-60 и их аналитическая аппроксимация // Вестник МГУ. Физика и астрономия. 2016. Т. 71(4). С. 432–440.
6. Климанов В.А., Моисеев А.Н., Колыванова М.А., Галяутдинова Ж.Ж. Аналитическая модель дозового ядра тонкого луча фотонов для дозиметрии нестандартных пучков фотонов с малым круглым поперечным

- сечением // Мед. техника. 2017. Т. 52. № 2. С. 27–30.
7. Ahnesjo A. Collapsed cone convolution of radiant energy for photon dose calculation in heterogeneous medium // Med. Phys. 1989. Vol. 16. P. 577–591.
8. Климанов В.А. Радиобиологическое и дозиметрическое планирование лучевой и радионуклидной терапии. Часть 1. – М.: НИЯУ МИФИ. 2011.

A NEW APPROACH TO DETERMINATION OF EQUIVALENT RADIUS FOR SMALL RADIATION FIELDS OF SQUARE AND RECTANGULAR FORM

V.A. Klimanov^{1,2}, M.A. Kolyvanova², Z.K. Serikbekova¹

¹ National Research Nuclear University MEPHI, Moscow, Russia

² A.I. Burnazyan Federal Medical Biophysical Center, Moscow, Russia

Purpose: In remote radiation therapy, when calculating the dose on the geometric axis of the beams, the transition from rectangular to square and from square to round fields is often used. A new more accurate approach to such transformations is proposed in which the contribution to the dose created by both scattered and unscattered photons incident on the entire surface of the field is taken into account.

Material and methods: The proposed method is based on a mathematical model of the dose nucleus of a thin beam of photons, in which an analytical approximation of the radial dependence of the individual components of this nucleus at different depths in a semi-infinite aqueous medium is used. Another distinguishing feature of the method is the presentation of the dose from beams of square and rectangular shapes in the form of a superposition of fields with cross sections in the form of rectangular triangles. The contribution to the dose from such fields can be expressed in the form of analytical expressions.

Results: An application method has been developed for determining radii in round fields creating the same deep forms in which beams in a water phantom are measured, such as square and rectangular fields, for brake beams of 18 MeV. In contrast to the traditional approach to this problem, based on the conservation of the field area or the ratio of the field area to the field perimeter, it was found that the value of the equivalent radii and squares depends on the dose calculation depth and on the beam spectrum. This dependence is especially significant for small fields at shallow depths. To verify the results obtained, direct calculations of the deep doses created by beams with round and square sections in an aqueous phantom were carried out for an 18 MV beam. Good agreement was obtained between the results.

Conclusions: The approach proposed in the work to determining the equivalent sizes of round and square fields can significantly improve the calculation of depth distributions for brake beams with a small cross section using the principle of equivalent fields.

This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research and SITMA as part of the research project No. 18-52-34008 and the program for improving the competitiveness of NRNU MEPHI.

Key words: *external radiation therapy, equivalent field size, small size, independent control dose calculation, pencil beam method*

E-mail: yaklimanov@mail.ru