

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ ОСЛАБЛЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ В ОДНОФОТОННОЙ ЭМИССИОННОЙ КОМПЬЮТЕРНОЙ ТОМОГРАФИИ

С.А. Терещенко, А.Ю. Лысенко, Д.А. Потапов
Национальный исследовательский университет “МИЭТ”, Москва

Исследовано влияние геометрического ослабления излучения на качество томограмм при реконструкции пространственного распределения источников излучения при однофотонной эмиссионной компьютерной томографии. Предложен итерационный метод коррекции искажений в реконструированном изображении, обусловленных геометрическим ослаблением.

Ключевые слова: *однофотонная эмиссионная вычислительная томография, геометрическое ослабление излучения, коррекция искажений*

Введение

Вычислительная томография – мощный инструмент визуализации внутренних структур непрозрачных объектов [1–6]. Известны два класса вычислительной томографии: трансмиссионная вычислительная томография (ТВТ) и эмиссионная вычислительная томография (ЭВТ). В ТВТ исследуемый объект облучается внешним излучением, которое, после прохождения через объект и частичного ослабления, регистрируется детектором. По показаниям детектора формируются исходные данные для реконструкции, называемые проекциями. Проекции в ТВТ связаны с искомым пространственным распределением коэффициента поглощения излучения преобразованием Радона, рассмотренным И. Радонем в 1917 г. [7]. По исходному набору проекций, используя обратное преобразование Радона, восстанавливается пространственное распределение коэффициента поглощения.

В ЭВТ исследуется пространственное распределение источников излучения – радионуклидов. ЭВТ реализована в двух основных вари-

антах [5]. Первый вариант – однофотонная эмиссионная вычислительная томография или, что менее точно, но более распространено, однофотонная эмиссионная компьютерная томография (ОФЭКТ). Второй вариант – позитронная эмиссионная томография (ПЭТ). В ОФЭКТ регистрируются одиночные гамма-кванты, непосредственно образовавшиеся в результате распада атомов радионуклида. В ПЭТ при распаде атомов радионуклида образуются позитроны, которые практически сразу аннигилируют с электронами окружающей среды. Затем детектор регистрирует разлетающиеся в противоположных направлениях пары гамма-квантов, возникшие при аннигиляции позитронов.

В ОФЭКТ выходящее из исследуемого объекта излучение регистрируется позиционно-чувствительным детектором (ПЧД) с использованием коллиматоров из тяжёлых металлов [1, 3–5]. По показаниям детектора формируются исходные проекции. Основным физическим процессом для ОФЭКТ является порождение излучения при распаде атомов радионуклидов, а поглощение излучения, в отличие от ТВТ, яв-

ляется мешающим фактором, существенно влияющим на показания детекторов. Вследствие этого, проекции в ОФЭКТ связаны с искомым пространственным распределением радионуклида не преобразованием Радона, как в ТВТ, а экспоненциальным преобразованием Радона (ЭПР), методы обращения которого были найдены только в 1979–1981 гг. [8–10]. Поэтому для восстановления пространственного распределения источников излучения применяется обратное экспоненциальное преобразование Радона. Поскольку ЭПР было получено гораздо позже преобразования Радона, то до его изобретения для ОФЭКТ использовалось преобразование Радона, но для улучшения качества реконструкции применялись приближенные методы коррекции ослабления излучения [1, 3, 11]. Заметим, что ПЭТ, как и ТВТ, сводится к обычному преобразованию Радона, а не к ЭПР.

Кроме поглощения излучения, на показания детекторов в ОФЭКТ влияют и другие факторы, такие как рассеяние излучения, квантовая статистика, артефакты движения и т.д. Среди этих дополнительных факторов особый интерес представляет так называемый фактор геометрического ослабления (solid angle fraction) [1, 3, 4]. Геометрическое ослабление связано с различными телесными углами, в которых попадают на детектор частицы из разных точек объекта – чем дальше источник излучения находится от детектора, тем меньше частиц попадает на детектор (рис. 1). Обычно влиянием геометрического ослабления пренебрегают. Однако, это пренебрежение обусловлено не столько тем, что геометрическое ослабление очень мало, сколько тем, что точно его учесть, как это было сделано с поглощением излучения в ЭПР, пока не удаётся. Тем не менее, исследование влияния геометрического ослабления на точность реконструкции томограмм и разработка способов хотя бы приближённой коррекции этого влияния имеет как теоретический, так и практический интерес.

В данной работе исследуется влияние геометрического ослабления на точность реконструкции томограмм в зависимости от габаритов объекта, радиуса вращения ПЧД и коэффициента поглощения. Кроме того, предлагается итерационный алгоритм коррекции искажений в томограммах, полученных с помощью обратного ЭПР.

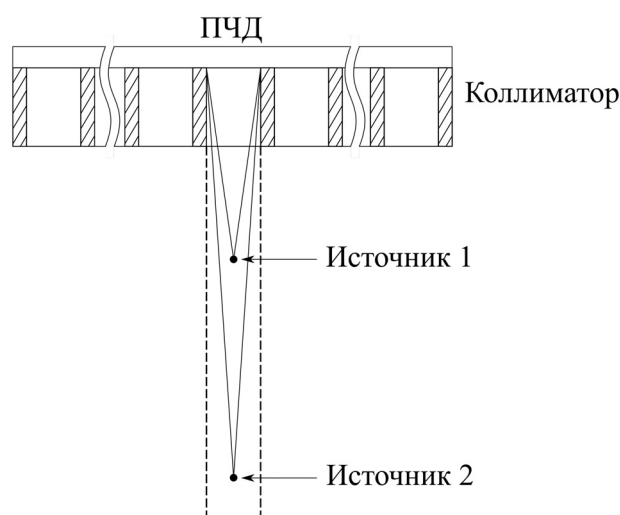


Рис. 1. Разные телесные углы для точечных источников, находящихся на разных расстояниях от детектора

Постановка задачи

Обозначим через $s(x, y)$ пространственное распределение источников излучения в неподвижной системе координат (x, y) , а $s_\theta(\xi, \zeta)$ – пространственное распределение источников излучения во вращающейся системе координат (ξ, ζ) , повернутой на угол θ относительно неподвижной системы координат. Тогда в ОФЭКТ исходные проекции $p_0(\xi, \theta)$, образованные по показаниям ПЧД и позволяющие учитывать геометрическое ослабление излучения, можно записать в следующем виде (рис. 2) [1, 3, 4]:

$$p_0(\xi, \theta) = \int_{l_1}^{l_2} \frac{s_\theta(\xi, \zeta)}{(R_1 - \zeta)^2} e^{-\mu(l_2 - \zeta)} d\zeta \quad (1)$$

где μ – постоянный внутри объекта коэффициент поглощения, считающийся известным, R_1 – радиус вращения ПЧД, l_1, l_2 – границы распределения источников излучения на линии проецирования.

Поскольку границы объекта известны заранее, выражение (1) можно упростить, умножая $p_0(\xi, \theta)$ на коэффициент $e^{-\mu l_2}$. Тогда для проекций $p(\xi, \theta) = p_0(\xi, \theta) e^{-\mu l_2}$ получим:

$$p(\xi, \theta) = \int_{l_1}^{l_2} \frac{s_\theta(\xi, \zeta)}{(R_1 - \zeta)^2} e^{\mu\zeta} d\zeta. \quad (2)$$

В (1) и (2) множитель $\frac{1}{(R_1 - \zeta)^2}$ является

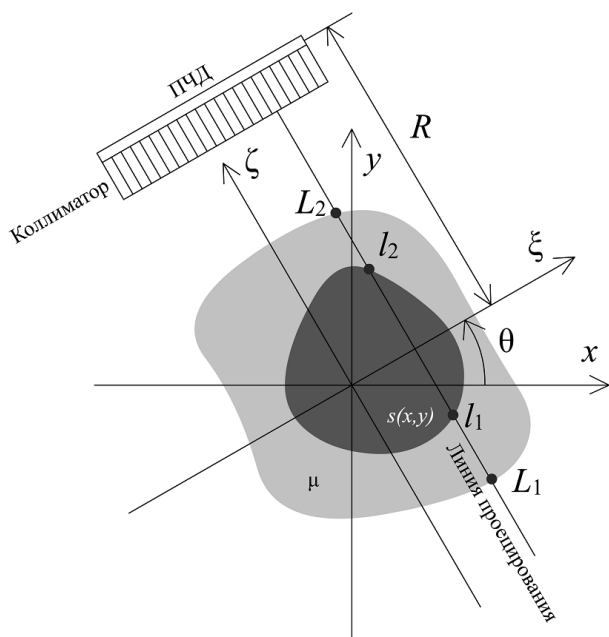


Рис. 2. Схема измерений в ОФЭКТ: L_1, L_2 – внешние границы объекта на линии проецирования, l_1, l_2 – границы распределения источников излучения на линии проецирования, R_1 – радиус вращения ПЧД в ОВЭФТ

фактором геометрического ослабления для ОФЭКТ. Если им пренебречь, получим:

$$p(\xi, \theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{s}_\theta(\xi, \zeta) e^{\mu \zeta} d\zeta, \quad (3)$$

где функция $\tilde{s}(x, y)$ представляет собой приближённое распределение источников излучения, дающее проекции $p(\xi, \theta)$ без учёта фактора геометрического ослабления.

Преобразование

$$\mathfrak{R}_e \{ \tilde{s}(x, y) \} = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{s}_\theta(\xi, \zeta) e^{\mu \zeta} d\zeta, \quad (4)$$

определяющее проекции $p(\xi, \theta)$ в (3), является экспоненциальным преобразованием Радона функции $\tilde{s}(x, y)$ [3–5]. Для восстановления распределения источников излучения в ОФЭКТ применяют обратное экспоненциальное преобразование Радона $\mathfrak{R}_e^{-1} \{ \bullet \}$ [8–10]:

$$\tilde{s}(x, y) = \mathfrak{R}_e^{-1} \{ p(\xi, \theta) \}. \quad (5)$$

Свойства ЭПР (4) уже достаточно хорошо исследованы [11–16]. Однако не все физические факторы, участвующие в процессе изме-

рения проекций, учитываются в стандартных алгоритмах реконструкции, применяемых в серийных томографах [17–18].

Очевидно, что восстановленное распределение $\tilde{s}(x, y)$, полученное по формуле (5), не будет совпадать с истинным распределением $s(x, y)$ из-за неучёта фактора геометрического ослабления. Исследовать влияние неучитываемых факторов можно с помощью численного моделирования как процесса измерения проекций, так и процесса реконструкции томограмм.

При численном моделировании можно сравнивать восстановленное (приближённое) распределение с истинным (заданным), что позволяет оценить погрешности реконструкции и влияние различных факторов, например, фактора геометрического ослабления. Поскольку в ЭПР входит дополнительный параметр – коэффициент поглощения излучения μ , – это влияние может быть разным при разных значениях μ .

Для оценки погрешности реконструкции был выбран критерий U , представляющий собой равномерное отклонение восстановленного распределения источников излучения от заданного:

$$U(s, \tilde{s}) = \frac{1}{N_x N_y} \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} |s_{ij} - \tilde{s}_{ij}|, \quad (5)$$

где s_{ij} – дискретная версия исходного пространственного распределения $s(x_i, y_j)$ источников излучения в точке (x_i, y_j) , \tilde{s}_{ij} – дискретная версия реконструированного пространственного распределения $\tilde{s}(x_i, y_j)$ источников излучения в точке (x_i, y_j) , N_x – количество дискретных элементов изображения по оси x , N_y – количество дискретных элементов изображения по оси y .

Результаты

Для исследования были выбраны как распределение источников излучения типа диска радиуса R_0 (рис. 3а), так и более сложное распределение источников излучения типа фантома Шеппа–Логана в пределах круга радиуса R_0 с центром в начале координат (рис. 3б).

Алгоритмы реконструкции можно разделить на два класса: интегральные и алгебраические (итерационные). В интегральных алго-

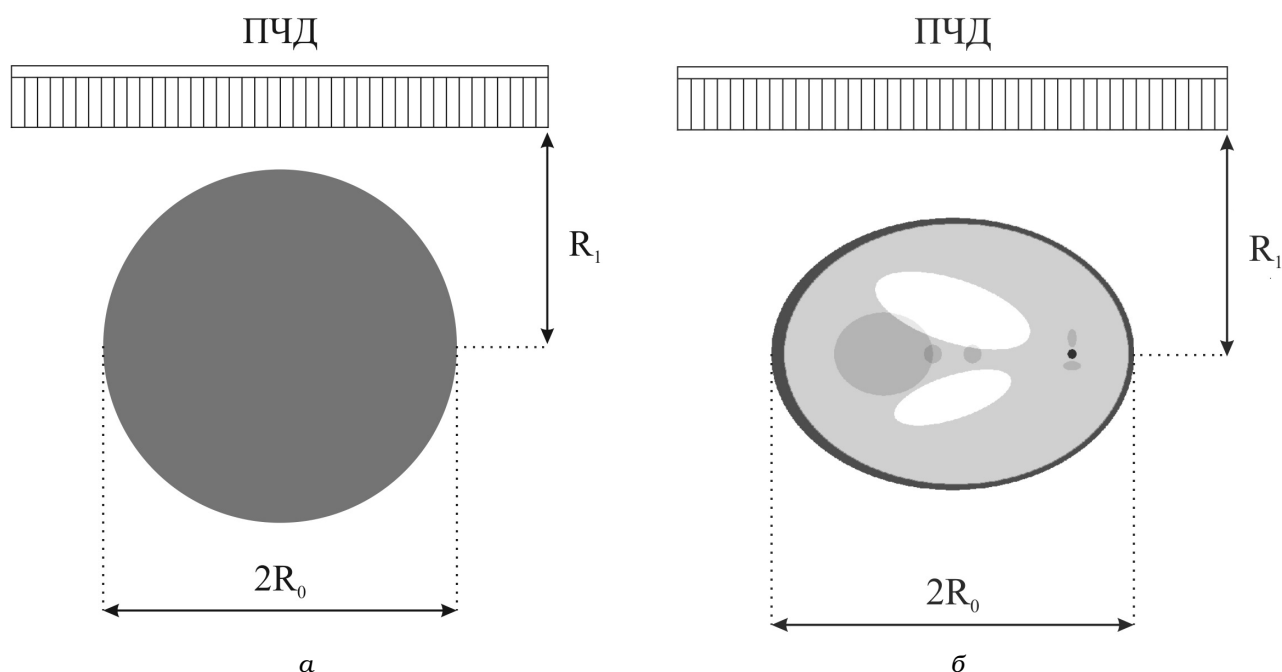


Рис. 3. Распределение источников излучения типа диска (а) и распределение источников излучения типа фантома Шеппа-Логана (б)

ритмах используется дискретизация только на стадии реализации обратного интегрального преобразования в вычислительной программе. Стандартным интегральным алгоритмом для реконструкции распределения источников излучения является метод фильтрованных обратных проекций, реализующий обратное ЭПР [3–5, 10, 12–13]. Преимуществом интегральных методов является их скорость, а недостатком – негибкость при учёте различных дополнительных факторов и условий.

Итерационные алгоритмы сводятся к итерационным методам решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) и основаны на использовании дискретизации уже на стадии постановки задачи [3–5]. Преимуществом итерационных методов является возможность учитывать различные факторы, влияющие на проекционные данные: рассеяние излучения, физическое ослабление, геометрическое ослабление, неоднородность разрешения по глубине объекта и т.д. К недостаткам итерационных алгоритмов можно отнести большое время обработки, что, с повышением быстродействия компьютеров, становится всё менее важным [19–22].

Фактически геометрическое ослабление зависит от отношения R_1/R_0 , где R_1 – радиус

вращения ПЧД вокруг центральной оси ОФЭКТ-сканера. На рис. 4 показаны зависимости погрешности восстановления по критерию (5) от отношения R_1/R_0 для объекта типа диска (рис. 4а) и для фантома типа Шеппа-Логана (рис. 4б). Как и следовало ожидать, влияние геометрического ослабления уменьшается при увеличении отношения R_1/R_0 .

Идею итерационного приближения к решению СЛАУ можно применить и к интегральным алгоритмам с целью коррекции факторов, не учитываемых в ЭПР, например, фактора геометрического ослабления. В этом случае для получения очередного приближения используется интегральный алгоритм. Блок-схема такого интегрально-итерационного алгоритма показана на рис. 5а.

Кроме того, для улучшения сходимости итерационного процесса можно дополнительно использовать идею корректирующей матрицы, предложенной для коррекции поглощения излучения в ОФЭКТ в то время, когда методы обращения ЭПР ещё не были найдены [11]. В нашем случае элементы корректирующей матрицы в каждой точке объекта будут характеризовать искажения, вносимые не поглощением излучения, а геометрическим ослаблением. Блок-схема интегрально-итерационного алгоритма

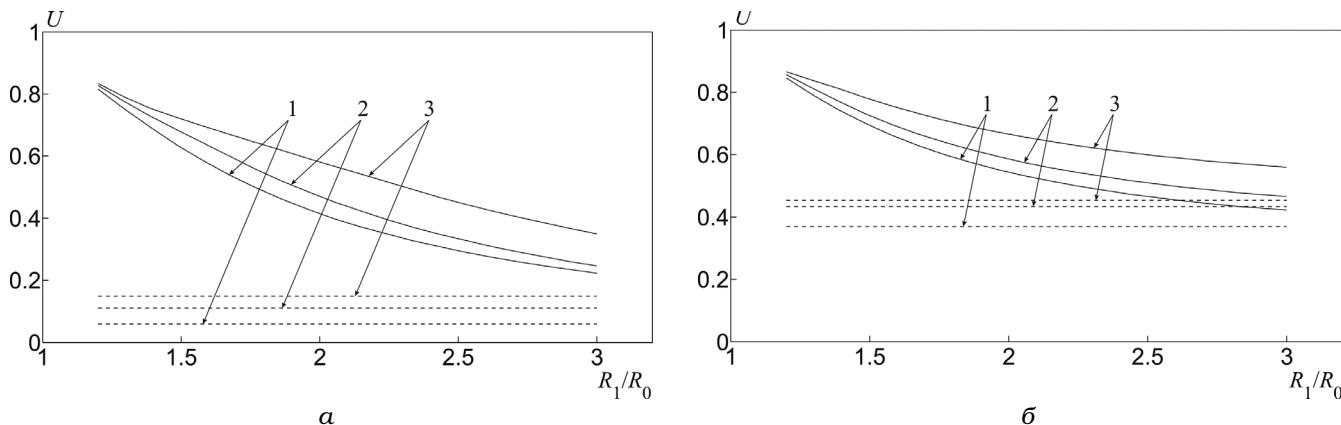


Рис. 4. Зависимость погрешности реконструкции U от отношения R_1/R_0 для объекта типа диска (а) и фантома типа Шеппа-Логана (б) при $\mu=0,005 \text{ мм}^{-1}$ (1), $\mu=0,015 \text{ мм}^{-1}$ (2), $\mu=0,025 \text{ мм}^{-1}$ (3); штриховые линии – погрешность реконструкции в отсутствие фактора геометрического ослабления

на основе корректирующей матрицы показана на рис. 5б.

Для того чтобы найти корректирующую матрицу, рассмотрим реконструкцию точечного источника излучения единичной интенсивности, находящегося в точке (x_0, y_0) с учётом и без учёта фактора геометрического ослабления. Тогда исходное распределение источников излучения $s_0(x, y) = \delta(x - x_0)\delta(y - y_0)$, где $\delta(\bullet)$ дельта-функция Дирака. Если учитывать фактор геометрического ослабления, для проекций получим

$$p(\xi, \theta) = \frac{\delta(\xi - x_0 \cos \theta - y_0 \sin \theta)}{(R_1 - \zeta_\theta)^2} e^{\mu \zeta_\theta}$$

а если не учитывать, то

$$\tilde{p}(\xi, \theta) = \frac{\delta(\xi - x_0 \cos \theta - y_0 \sin \theta)}{R_1^2} e^{\mu \zeta_\theta}$$

где $\zeta_\theta = -x_0 \sin \theta + y_0 \cos \theta$. Используя для реконструкции метод фильтрованных обратных проекций [1, 3] с функцией фильтра $h_1(\xi)$, получим для реконструированного распределения в точке (x_0, y_0) :

$$s(x_0, y_0) = h_1(0) \int_0^{2\pi} \frac{e^{\mu \zeta_\theta}}{(R_1 - \zeta_\theta)^2} d\theta$$

с учётом геометрического ослабления и

$$\tilde{s}(x_0, y_0) = \frac{h_1(0)}{R_1^2} \int_0^{2\pi} e^{\mu \zeta_\theta} d\theta$$

без учёта геометрического ослабления. Определим элемент корректирующей матрицы в точке (x_0, y_0) как

$$c(x_0, y_0) = \frac{\tilde{s}(x_0, y_0)}{s(x_0, y_0)}$$

Тогда для произвольной точки (x_0, y_0) :

$$c(x_0, y_0) = \frac{1}{R_1^2} \sum_{i=1}^N e^{\mu \zeta_{\theta_i}} / \sum_{i=1}^N \frac{e^{\mu \zeta_{\theta_i}}}{(R - \zeta_{\theta_i})^2}, \quad (6)$$

где θ_i – дискретное значение угла поворота ($i=1, 2, \dots, N$).

В соответствии с итерационным алгоритмом (рис. 5б) для получения нулевого приближения $\tilde{s}_0(x, y)$ элементы изображения, восстановленного с помощью ОЭПР, умножаются на элементы корректирующей матрицы $c(x, y)$, вычисленные по формуле (6): $\tilde{s}_0(x, y) = c(x, y) R_e^{-1}(p(\xi, \theta))$. Затем с учётом фактора геометрического ослабления вычисляются приближённые проекции первого порядка $p_1(\xi, \theta) = \mathfrak{R}_e\{\tilde{s}_0(x, y)\}$. По разности между исходными проекциями $p(\xi, \theta)$ и приближёнными проекциями $p_1(\xi, \theta)$ вычисляется добавка к нулевому приближению

$$\Delta s_1(x, y) = c(x, y) \mathfrak{R}_e^{-1}\{p(\xi, \theta) - p_1(\xi, \theta)\}$$

и первое приближение

$$s_1(x, y) = s_0(x, y) + \Delta s_1(x, y)$$

Далее можно вычислить приближённые проекции второго порядка $p_2(\xi, \theta) = \mathfrak{R}_e\{s_1(x, y)\}$, добавку второго порядка

$$\Delta s_2(x, y) = c(x, y) \mathfrak{R}_e^{-1}\{p(\xi, \theta) - p_2(\xi, \theta)\}$$

и второе приближение

$$s_2(x, y) = s_1(x, y) + \Delta s_2(x, y)$$

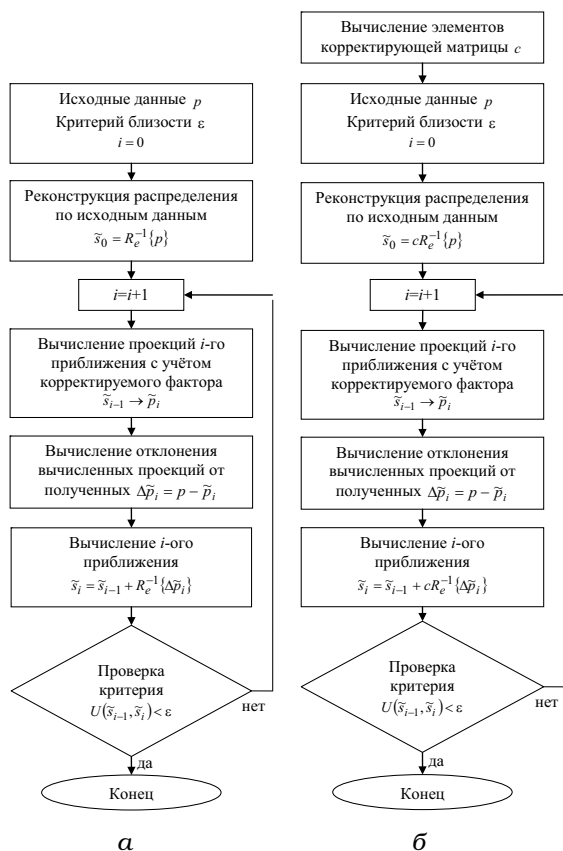


Рис. 5. Основная блок-схема интегрально-итерационного алгоритма (а) и блок-схема интегрально-итерационного алгоритма с корректирующей матрицей (б)

Такие итерации можно повторять неограниченное число раз. Однако, как показало численное исследование, после небольшого количества итераций процесс улучшения томограммы резко замедляется. Следовательно, большое количество итераций нецелесообразно.

На рис. 6 показано уменьшение погрешности реконструкции в зависимости от числа итераций для описанных выше объектов. Видно, что после 3–4 итераций улучшение точности реконструкции резко замедляется. Заметим, что, в [10] замедление происходило также после 3–4 итераций.

В конечном итоге значение критерия погрешности реконструкции становится даже меньше, чем в случае отсутствия фактора геометрического ослабления. Это связано с тем, что итерационный алгоритм корректирует не только погрешности, связанные с фактором геометрического ослабления, но и другие погрешности реализации самого интегрального алгоритма,

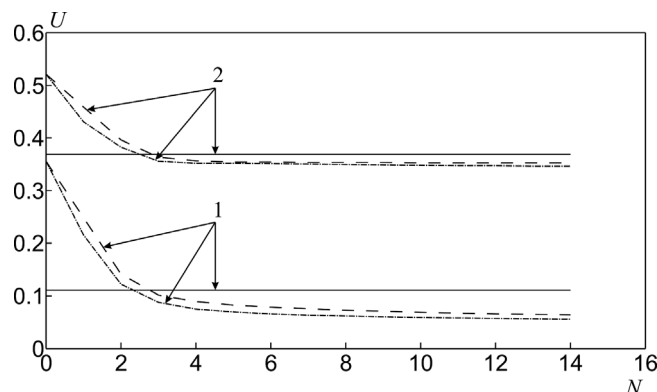


Рис. 6. Зависимость погрешности реконструкции U от числа итераций N при коррекции геометрического ослабления для объекта типа диска (1) и фантома типа Шеппа-Логана (2): без корректирующей матрицы (пунктирная линия), с корректирующей матрицей (штриховая линия). Сплошная линия – погрешность реконструкции в отсутствие фактора геометрического ослабления. Коэффициент поглощения $\mu=0,015 \text{ мм}^{-1}$

которые всегда присутствуют: погрешности дискретизации, погрешности регуляризации некорректности обратной задачи и др.

В целом улучшение изображения после коррекции геометрического ослабления объекта типа фантома Шеппа-Логана показано на рис. 7.

Заключение

Исследовано влияние фактора геометрического ослабления на точность реконструкции пространственного распределения источников излучения в ОФЭКТ. В целом точность реконструкции томограмм при учёте фактора геометрического ослабления ухудшается при увеличении габаритов объекта и уменьшении радиуса вращения ПЧД. Предложенный итерационный метод коррекции геометрического ослабления в ОФЭКТ существенно уменьшает погрешность реконструкции распределения источников излучения.

Полученные результаты могут быть использованы как для улучшения программного обеспечения существующих томографов при использовании стандартных алгоритмов восстановления пространственного распределения источников излучения, так и для разработки новых конструкций эмиссионных томографов.



Рис. 7. Коррекция геометрического ослабления для фантома типа Шеппа-Логана: исходное изображение (а); изображение без коррекции (б); скорректированное изображение после 4 итераций корректирующего алгоритма с корректирующей матрицей (в)

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (соглашение № 14.575.21.0090, идентификатор RFMEFI57514X0090).

Список литературы

1. Image Reconstruction from Projections: Implementation and Applications. Ed. by Herman G.T. – Berlin and New York: Springer-Verlag. 1979. 52 pp.
2. Хермен Г. Восстановление изображений по проекциям: Основы реконструктивной томографии: Пер. с англ. – М.: Мир, 1983. 352 с.
3. Федоров Г.А., Терещенко С.А. Вычислительная эмиссионная томография. – М.: Энергоатомиздат, 1990. 184 с.
4. Терещенко С.А. Методы вычислительной томографии. – М.: Физматлит, 2004. 320 с.
5. Emission Tomography: The Fundamentals of PET and SPECT. Ed. by Wernick M.N., Aarsvold J.N. – San Diego, CA: Elsevier Academic Press, 2004. 580 pp.
6. Календер В. Компьютерная томография: Основы, техника, качество изображений и области клинического использования. Пер. с англ. – М.: Техносфера, 2006. 343 с.
7. Радон И. Об определении функций по их интегралам вдоль некоторых многообразий // В кн.: С.Хелгасон. Преобразование Радона: Пер. с англ. – М.: Мир, 1983. С. 134–148.
8. Bellini S., Piacentini M., Cafforio C., Rocca F. Compensation of tissue absorption in emission tomography // IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Processing, 1979. Vol. ASSP-27. № 3. P. 213–218.
9. Tretiak O., Metz C. The exponential Radon Transform // SIAM J. of Appl. Math. 1980, Vol. 39. № 2. P. 341–354.
10. Chang L.-T. A method for attenuation correction in radionuclide computed tomography // IEEE Trans. Nucl. Sci. 1978. Vol. NS-25, P. 638–643.
11. Gullberg G.T., Budinger T.F. The use of filtering methods to compensate for constant attenuation in single-photon emission computed tomography // IEEE Trans. Biomed. Eng. 1981. Vol. BME-28. № 2. P. 142–157.
12. Hazou I.A, Solmon D.C. Filtered-backprojection and the exponential Radon transform // J. Math. Analysis and Appl. Vol. 141. № 1, 1989. P. 109–119.
13. Weng Y., Zeng G.L., Gullberg G.T. Analytical inversion formula for uniformly attenuated fan-beam projections // IEEE Trans. Nucl. Sci. Vol. 44. № 2. 1997. P. 243–249.
14. Bal G., Moireau P. Fast numerical inversion of the attenuated Radon transform with full and partial measurements // Inverse Problems. 2004. Vol. 20. P. 1137–1164.

15. Wen J., Liang Z. An inversion formula for the exponential Radon transform in spatial domain with variable focal-length fan-beam collimation geometry // *Med. Phys.* 2006. Vol. 33. P. 792–798.
16. Huang Q., Zeng G., Gullberg G.T. An analytical inversion of the 180° exponential Radon transform with a numerically generated kernel // *Inter. J. Image and Graphics.* 2007. Vol. 7. № 1. P. 71–85.
17. Lyra M., Ploussi A. Filtering in SPECT Image Reconstruction // *Inter. J. Biomed. Imaging.* Vol. 2011. P. 1–14.
18. Jun J., Jinping W. Reconstruction results about the exponential radon transform // *Wuhan Univ. J. Natural Sci.* 2013. Vol. 18. № 1, P. 25–28.
19. Vandenberghe S., D'Asseler Y., Van de Walle R., et al. Iterative reconstruction algorithms in nuclear medicine // *Comput. Med. Imaging and Graphics.* 2001. Vol. 25. P. 105–111.
20. Bruyant P.P. Analytic and iterative reconstruction algorithms in SPECT // *J. Nucl. Med.* 2002. Vol. 43. P. 1343–1358.
21. Zeng G.L. A filtered backprojection algorithm with characteristics of the iterative landweber algorithm // *Med. Phys.* 2012. Vol. 39. P. 603–607.
22. Shi H., Luo S., Yang Z., Wu G. A novel iterative CT reconstruction approach based on FBP algorithm // *PLoS ONE.* Vol. 10. № 9. P. 1–17.

SOLID ANGLE FRACTION IN SINGLE PHOTON EMISSION COMPUTED TOMOGRAPHY

S.A. Tereshchenko, A. Yu. Lysenko, D.A. Potapov

National Research University of Electronic Technology, Moscow, Russia

There is investigated the influence of the solid angle fraction (SAF) on the tomogram quality for the reconstruction of the radiation sources spatial distribution in single photon emission computed tomography. The iterative method is offered for SAF distortion correction in the reconstructed image.

Key words: *single photon emission computed tomography, solid angle fraction, distortion correction*

E-mail: tsa@miee.ru