

# МЕТОДИКА АППРОКСИМАЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ПРИВЕДЕНИХ УГЛОВ РАССЕЯНИЯ БЫСТРЫХ ЭЛЕКТРОНОВ НА ДИСКРЕТНЫХ СЛОЯХ ОБЛУЧАЕМОЙ НИЗКОАТОМНОЙ СРЕДЫ

О.А. Акаткин, О.А. Кулиш, О.В. Петрова

Кубанский государственный университет, Краснодар

Разработана математическая модель для аппроксимации распределений приведенных углов рассеяния быстрых электронов на дискретных слоях облучаемой низкоатомной среды на основе решений обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.

Ключевые слова: низкоатомная среда, дискретные слои, быстрые электроны, облучение, рассеяние, угловые распределения, аппроксимация

## Введение

Распределения поглощенных доз в низкоатомной среде при облучении быстрыми электронами моделируют методом Монте-Карло [1, 2]. При этом углы их рассеяния на дискретных (мольеровских) ее слоях разыгрывают методами Неймана [3] из распределений для приведенных углов, рассчитанных на основе функций Мольер-Боте. Поскольку эти функции зависят как от энергии электронов, так и от физических свойств облучаемой среды, то их задают таблицами [4]. Это создает известные трудности интерполяционной оценки данных при промежуточных к табулированным значениям параметров.

Модель, разработанная нами, устраняет эти трудности, так как позволяет аппроксимировать эти функции на основе решений обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.

## Материал и методы

Рассчитывали значения нормированных функций для приведенных углов рассеяния быстрых электронов на дискретных слоях облучаемой низкоатомной среды по табулированным [5] данным:

$$f(v) = \sum_{i=0}^2 f_i(v) B^{-i} / \sup_{v \in D(f)} \sum_{i=0}^2 f_i(v) B^{-i}, \quad (1)$$

где  $f(v)$  – значения функций Мольер-Боте,  $B^{-i}$  – их параметры,  $v$  – приведенные углы рассеяния,  $i \in [0, 2]$  – индексы функций и показатели степени параметров.

Полученные данные моделировали дифференциальными уравнениями:

$$\frac{df(v)}{dv} = -2C_1 f(v) \cdot v, \quad (2)$$

которые преобразовывали и интегрировали:

$$\int \frac{df(v)}{f(v)} = -2C_1 \int v dv, \quad (3)$$

а общие их решения:

$$\ln|f(v)| = -C_1 v^2 + C \quad (4)$$

представляли в форме:

$$f(v) = C_0 e^{-C_1 v^2}, \quad (5)$$

где  $f(v)$  – функции, распределений приведенных углов,  $C_0 = e^C$  и  $C_1$  – параметры решений,  $C$  – постоянные интегрирования.

Таблица 1

## Значения постоянных для оценки параметров функций, аппроксимирующих нормированные распределения углов рассеяния

$j$	0	1	2	3	4	5
$k_j$	1	0,8	-0,0252	-0,1274 -0,0459	0,05	4,8
$b_j$			1,48	2,77	2,2	

Примечание:  $k_3 = -0,1274$  при значениях  $0 \leq v \leq 4,2$ ;  $k_3 = -0,0459$  при значениях  $4,8 \leq v \leq 10$ .

Определяли значения параметров решений для начальных условий:  $C_0 = k_0 = 1$  при  $v=0$  по соотношениям:

$$C_1 = v^{-2} \ln(k_0/f(v)) \quad (6)$$

и аппроксимировали эти зависимости функциями:

$$C_1 = \frac{C_2}{1 + C_3 v \exp(k_1 v - C_4)} \quad (7)$$

при

$$C_2 = \sup_{v \in D(f)} C_1(v); \quad (8)$$

$$C_4 = f \left( 0,5 \sup_{v \in D(f)} C_1(v) \right), \quad (9)$$

где  $C_f$  – параметры ( $j \in [2,4]$ ),  $k_1$  – постоянные.

Табулировали значения параметров и приближали их зависимости методом [6] наименьших квадратов.

При известных значениях параметров аппроксимировали нормированные распределения приведенных углов частными решениями исходных дифференциальных уравнений.

## Результаты и их обсуждение

Рассчитывали значения нормированных функций приведенных углов для электронов с энергиями  $1 \text{ МэВ} \leq W \leq 15 \text{ МэВ}$  при рассеянии на дискретных (мольеровских) слоях органического стекла (ПММА):  $z_{\text{эфф}} = 6,24$ ,  $A_{\text{эфф}} = 11,57$ ,  $\rho = 1,2 \text{ г/см}^3$ , толщинами  $0,0145 \leq \Delta \leq 0,037 \text{ г/см}^2$  при значениях  $5 \leq B \leq 8$ . Зависимости для параметров приближали функциями:

$$C_2 = -k_2 B + b_2;$$

$$C_3 = -k_3 (v - k_5)^2 + b_3;$$

$$C_4 = -k_4 B + b_4,$$

где  $k_m$  и  $b_m$  – постоянные ( $m \in [1,5]$ ).

Значения постоянных для оценки этих параметров приведены в табл. 1.

Графики нормированных функций распределений приведенных углов рассеяния, полученных по данным табл. 1, приведены на рис. 1 при значениях  $B=5$  (график 1) и  $B=8$  (график 2).

На графиках указаны значения “реперных” точек, т.е. определяющих зависимости исходных данных. В табл. 2 даны значения нормированных функций распределений приведенных углов рассеяния, полученные по данным аппроксимации и по исходным данным для тех же условий при значении  $B=7$ .

Из табл. 2 следует, что относительные погрешности аппроксимации нормированных функций приведенных углов, полученных по исходным данным  $\varepsilon < 5\%$  во всей области  $0 \leq v \leq 8$  их определения.

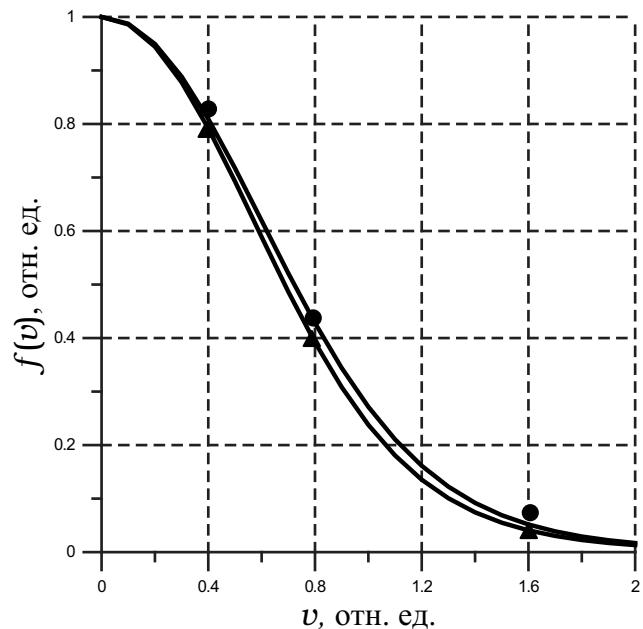


Рис. 1. Нормированные функции распределений приведенных углов рассеяния по данным аппроксимации, при “реперных” точках (●, ▲) по исходным данным

Таблица 2

**Значения нормированных функций распределений приведенных углов рассеяния по данным аппроксимации  $f_1(v)$  и по исходным  $f_2(v)$  данным**

$v$	0,2	0,4	0,8	1,6	3,2	6,4	8,0
$f_1(v)$	0,949	0,814	0,454	0,068	0,00207	0,000096	0,000035
$f_2(v)$	0,95	0,817	0,454	0,065	0,00201	0,000092	0,000035

## Заключение

Таким образом, при розыгрыше углов рассеяния быстрых электронов в облучаемой низкоатомной среде методами Неймана вместо табулированных функций нормированных распределений приведенных углов рассеяния, рассчитанных для дискретных ее слоев на основе функций Мольер-Боте, можно использовать их аппроксимационную модель на основе обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. При этом устраняются известные трудности интерполяционной оценки данных при промежуточных к табулированным значениям параметров, определяющих эти распределения. Модель найдет применение при разработке алгоритмов метода Монте-Карло для прогноза распределений поглощенных доз в низкоатомной среде при облучении пучками быстрых электронов.

## Список литературы

1. Бойко В.И., Скворцов В.А., Фортов В.Е., Шаманин И.В. Взаимодействие импульсных пучков заряженных частиц с веществом. – М.: Физматлит, 2003, 288 с.
2. Seltzer S.M. Monte Carlo Transport of Electrons and Photons. W.R. Nelson et. al. eds. – New York, Plenum, 1988, P. 81–114.
3. Кольчужкин А.М., Учайкин В.В. Введение в теорию прохождения частиц через вещество. – М.: Атомиздат, 1978, 256 с.
4. Альфа-бета-и гамма-спектроскопия. Пер. с англ. Под ред. К. Зигбана. Вып. 1. – М.: Атомиздат, 1969, 567 с.
5. Матвеев Н.М. Дифференциальные уравнения. – М.: Просвещение, 1988, 255 с.
6. Коханер Д., Моулер К., Нэш С. Численные методы и программирование. Пер. с англ. под ред. Х.Д. Икрамова: – М.: Мир, 2001, 575 с.

## APPROXIMATION PROCEDURE OF DISTRIBUTIONS OF THE REDUCED ANGLES OF DISPERSION OF HIGH ENERGY ELEKTRONS IN DISCRETE STRATUMS OF IRRADIATED LOW ATOMIC NUMBER MEDIUM

O.A. Akatkin, O.A. Culish, O.V. Petrova  
Kuban State University, Krasnodar, Russia

The mathematical model of approximation of distributions of the reduced angles of dispersion of high energy electrons in discrete strata of irradiated low atomic number medium with ordinary differential equations of first order is developed.

Key words: low atomic number medium, discrete strata, high energy electrons, irradiation, dispersion, angle distributions, approximation

E-mail: [culish\\_olga@mail.ru](mailto:culish_olga@mail.ru)