

АЛГОРИТМ ТОНКОГО ЛУЧА ДЛЯ ЭЛЕКТРОНОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭМПИРИЧЕСКОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ РАССЕЯНИЯ

С.А. Князев, И.Н. Бриккер, О.Б. Рязанцев
ООО “Гаммамед Софт”, Москва

Предложена модификация алгоритма тонкого луча для расчета мощности поглощенной дозы при облучении неомогенного объекта электронами. В алгоритме используется аналитическое решение Хогстрома для прямоугольного пучка. Для определения дисперсии луча решается задача поиска минимума целевой функции. Целевая функция строится из аналитического решения и соответствующего набора дозиметрических данных конкретного ускорителя. Использование дисперсии, найденной таким образом, дает хорошее согласие расчетов мощности поглощенной дозы с экспериментальными данными на всех глубинах, в том числе на средних, где решение Хогстрома с использованием модели Ферми-Эйджеса для многократного рассеяния электронов заметно расходится с измерениями.

Ключевые слова: пучок электронов, метод Хогстрома, тонкий луч

Введение

При планировании облучения пучками электронов для расчета мощности поглощенной дозы (МПД) часто используют алгоритм тонкого луча (ТЛ) – Pencil Beam (PB) в варианте, предложенном Хогстромом с соавт. [1] для прямоугольного пучка и модификацию метода для пучков произвольной формы [2]. За этим методом закрепилось название алгоритм или метод Хогстрома. Подробное изложение метода Хогстрома для дозиметрического планирования облучения дано в [3].

Различные модификации алгоритма Хогстрома, фактически ставшего в настоящее время “стандартом”, широко применяются при расчетах МПД в системах дозно-анатомического планирования облучения в лучевой терапии электронными пучками. Тем не менее, как отмечено в [3], хорошо описывая МПД на малых и больших глубинах, этот метод дает заметную погрешность на средних глубинах.

По нашему мнению, это может быть вызвано следующими причинами:

1. Взятая за базу модель Ферми-Эйджеса для многократного кулоновского рассеяния (МКР), описывает распределение потока электронов в плоскости, перпендикулярной оси пучка на заданной глубине, т.е. 2D случай. Более точные расчеты параметров возможны только в 3D модели МКР.
2. В качестве параметров в модели Ферми-Эйджеса используются табличные значения, полученные для идеальных условий прохождения узкого пучка электронов через однородную среду. При этом в разных источниках данные таблиц параметров и их зависимости от глубины несколько отличаются друг от друга.

Метод Хогстрома

В наиболее распространенном варианте метода Хогстрома [1] используется модель точечного источника электронов с прямоугольным выходным (вторичным) коллиматором и модель Ферми-Эйджеса для МКР тонкого луча. В этом разделе кратко изложены используемые

нами основные положения этого подхода к описанию МПД от пучка электронов. Аргументы функций, в тех случаях, когда они очевидны, нами опущены.

Согласно Хогстрому, МПД дает интеграл, взятый по площади выходного коллиматора:

$$\dot{D}(X, Y, Z) = \iint S(X', Y') d(X - X', Y - Y', Z) dX' dY', \quad (1)$$

где X, Y, Z – положение точки в декартовой системе координат, ось Z которой совпадает с осью пучка, а начало отсчета находится в точке входа оси в объект; $\dot{D}(X, Y, Z)$ – МПД в точке (X, Y, Z) объекта; $d(X - X', Y - Y', Z)$ – функция, описывающая вклад в точку X, Y, Z от пучка из точки X', Y' ; $S(X', Y')$ – относительная интенсивность пучка в направлении точки X', Y' .

В методе Хогстрома предполагается возможность разделения переменных в $d(X, Y, Z)$ на произведение двух независимых друг от друга функций, описывающих соответственно 2D профильное распределение ТЛ на глубине Z и его центрально-осевое распределение (уменьшение МПД вдоль оси пучка):

$$d(X, Y, Z) = f(X, Y, Z) \times g_0(Z), \quad (2)$$

где $f(X, Y, Z)$ – 2D профильное распределение на глубине Z ; $g_0(Z)$ – центрально-осевое распределение.

Названия профильное (поперечное) распределение (ПР) и центрально-осевое распределение (ЦОР) являются общепринятыми для русскоязычной литературы. Далее будут использованы их аббревиатуры. Вместо термина “центрально-осевое распределение” иногда используется термин “глубинная кривая”.

Рассмотрим принцип вычисления ПР в соответствии с методом Хогстрома.

Основным процессом, “размывающим” тонкий пучок электронов, является их МКР. Для учета этого явления, в методе Хогстрома, используется теория Ферми-Эйджеса, описывающая МКР в среде гауссовой формой ПР [1]:

$$f(X, Y, Z) = \frac{1}{2\pi\sigma^2(Z)} \exp\left(-\frac{X^2 + Y^2}{2\sigma^2(Z)}\right). \quad (3)$$

Здесь σ – среднеквадратичное отклонение (СКО) равное корню квадратному из дисперсии МКР. СКО вычисляется аналитически с учетом табличной линейной угловой рассеивающей способности и потерь энергии электронов в среде на заданной глубине. Влияние конкретной среды на заданной глубине вычисляются относительно воды, пользуясь понятием “эффе-

тивная глубина” – Z_{eff} вместо геометрической глубины Z . Таким образом в вычислении ПР используются параметры, имеющие конкретный физический смысл.

Вычисление эффективной глубины для любой среды, в том числе и неомогенной, производится по формуле:

$$Z_{\text{eff}}(Z) = \int_{-L_0}^Z \frac{(dE/dZ')}{(dE/dZ')_{H_2O}} dZ', \quad (4)$$

где Z – геометрическая глубина; L_0 – расстояние от выходного коллиматора до входа в среду; dE/dZ' – тормозные способности для электронов конкретной среды и воды.

Физическая интерпретация эффективной глубины проста – это эквивалентная толщина воды, имеющая ту же интегральную тормозную способность для электронов, что и конкретная среда. В формуле (4) dE/dZ' , а следовательно, и Z_{eff} , зависят от Z , что очевидно. Это позволяет учесть при планировании неоднородность свойств среды. Тормозные способности биологических тканей табулированы [4]. Предложены процедуры для их оценки из данных рентгеновской компьютерной томографии [5].

Интеграл (1) для прямоугольного выходного коллиматора размером $WX \times WY$ на входе в ткань с учетом (2) и (3) можно взять аналитически [1]. Это дает следующую формулу для однородной среды и пучка единичной интенсивности $S=1$:

$$\dot{D}(X, Y, Z) = \frac{1}{4} \left(\operatorname{erf} \frac{WXZ/2 - X}{\sqrt{2}\sigma(Z)} + \operatorname{erf} \frac{WXZ/2 + X}{\sqrt{2}\sigma(Z)} \right) \times \left(\operatorname{erf} \frac{WYZ/2 - Y}{\sqrt{2}\sigma(Z)} + \operatorname{erf} \frac{WYZ/2 + Y}{\sqrt{2}\sigma(Z)} \right) \times g(Z_{\text{eff}}), \quad (5)$$

здесь: $WXZ = WX(1 + Z/SSD)$ – проекция WX грани выходного коллиматора на плоскость XY в точке Z ; $WYZ = WY(1 + Z/SSD)$ – проекция WY грани выходного коллиматора на плоскость XY в точке Z ; WX, WY – проекции граней выходного коллиматора на плоскость XY при $Z=0$ (в точке входа пучка в объект); SSD – расстояние “источник–поверхность” (в русскоязычной литературе используются сокращения РИП); erf – интеграл ошибок; $\sigma(Z) = \sqrt{\sigma^2(Z_{\text{eff}})}$ – СКО на глубине Z_{eff} ; $g(Z_{\text{eff}})$ – значение ЦОР на глубине Z_{eff} .

СКО σ описывает размытие узкого пучка электронов. У Хогстрома с соавт. [1], в отличие от простого применения формулы Ферми-Эйджеса для МКР идеального тонкого пучка, входя-

щего в рассеивающую среду из вакуума, для описания СКО пучка в реальной облучающей установке предложено использовать выражение:

$$\sigma^2 = \sigma_a^2 + \sigma_m^2, \quad (6)$$

где σ_a^2 – компонента, описывающая дисперсию ТЛ электронов в воздухе до входа в объект и его дальнейшее размытие в среде; σ_m^2 – компонент СКО, описывающая дисперсию ТЛ электронов в среде, обусловленную МКР.

Для определения $\sigma_a^2(Z)$ и $\sigma_m^2(Z)$ в методе Хогстрема используются физические и математические параметрические модели. Допущения самих моделей и погрешности определения их параметров, в том числе с использованием таблиц физических свойств среды, сказываются на точности вычисления МПД. Следует отметить, что процедура определения параметров по табличным данным осложняет возможность настроить расчет в клинике на “свой” ускоритель.

Для учета неомогенности тела вместо реальной глубины Z используется эффективная глубина Z_{eff} , рассчитываемая по формуле (4). Учитывается также закон обратных квадратов, так как Z_{eff} отличается от Z , что приводит к следующей формуле для ЦОР ТЛ:

$$g(Z_{\text{eff}}) = g_0(Z_{\text{eff}}) \times \left(\frac{\text{SSD} + Z_{\text{eff}}}{\text{SSD} + Z} \right)^2, \quad (7)$$

где $g_0(Z_{\text{eff}})$ – рассчитываемое ЦОР с учетом измерений в водном фантоме; Z_{eff} – эффективная глубина.

Для определения $g_0(Z_{\text{eff}})$ в [1] используются экспериментально измеренное в водном фантоме ЦОР при квадратном выходном коллиматоре и соответствующее решение по формуле (5) для квадратного пучка такого же размера. Это приводит к следующей формуле:

$$g_0(Z_{\text{eff}}) = \dot{D}(0,0,Z_{\text{eff}}) \times \left(\text{erf} \frac{W_{\text{sq}}/2}{\sqrt{2}\sigma_0} \right)^2, \quad (8)$$

здесь σ_0 – СКО размытия пучка электронов в воде; $\dot{D}(0,0,Z_{\text{eff}})$ – ЦОР, измеренное в водном фантоме с квадратным коллиматором со стороной W_{sq} (для воды $Z_{\text{eff}}=Z$),

Измерения ЦОР проводят с выходным коллиматором со стороной $W_{\text{sq}} = W_{\text{eq.sq.}}$, где $W_{\text{eq.sq.}}$ – размер стороны квадрата, эквивалентного прямоугольному пучку в изоцентре. Для вычисления $W_{\text{eq.sq.}}$ используется формула:

$$\text{erf} \frac{WXZ/2}{\sqrt{2}\sigma_0} \times \text{erf} \frac{WYZ/2}{\sqrt{2}\sigma_0} = \text{erf} \left(\frac{W_{\text{eq.sq.}}/2}{\sqrt{2}\sigma_0} \right)^2. \quad (9)$$

Необходимо отметить, что прямое использование экспериментально измеренного ЦОР реального, пучка конечного размера, привело бы к “двойному учету” МКР. Это связано с тем, что ЦОР пучка конечных размеров формируется не только за счет ослабления потока электронов по глубине, но и за счет 3D вклада в МКР. Предложенная в [1] процедура оценки ЦОР $g_0(Z_{\text{eff}})$ по формуле (8), где используются экспериментальные данные ЦОР для квадратного пучка конечных размеров, в существенной мере свободна от ошибок, возникающих при непосредственном применении измеренных ЦОР. Возможные расхождения с экспериментом в расчетах МПД на базе оценки ЦОР связаны с недостаточной точностью физических параметров, прямо или косвенно входящих в формулу (8).

Если $\sigma(Z)$ вычисляется из аналитических моделей физических процессов, то метод Хогстрема неплохо аппроксимирует экспериментальные данные на малых и больших глубинах, но (как отмечено в [3]) допускает заметные расхождения с экспериментом на средних глубинах, так как модельный расчет зависимости $\sigma(Z)$ и $g(Z)$ основан на ряде физических допущений и ограничений.

Пучки иной формы могут быть представлены в виде суммы прямоугольных пучков (бимлетов) различного размера [2]. Причем вклад каждого бимлета вычисляется по формуле (5) для прямоугольного пучка соответствующего размеру конкретного бимлета.

Эмпирическое определение параметров рассеяния

В предложенном алгоритме ТЛ электронов для расчета МПД также применено решение Хогстрема для прямоугольного пучка. Но для определения параметров рассеяния используется процедура, полностью базирующаяся на данных дозиметрии как для определения ПР, так и ЦОР. Принципиальное преимущество такого подхода состоит в том, что это позволяет из измеренных дозиметрических данных легко найти корректные параметры расчета МПД для используемого в конкретной клинике “своего ускорителя”.

При учете дисперсии рассеяния (размытия) или СКО электронного пучка, в предлагаемом методе, в отличие от метода Хогстрема, не проводится деление на компоненту до входа в объект и собственно компоненту, связанную с

МКР в самом объекте. То есть рассматривается интегральный эффект, приводящий к размытию ТЛ. Более того, этот метод более корректно учитывает изменение дисперсии по глубине.

Тем не менее, использование в предложенном алгоритме аналитического решения Ферми-Эйджеса для вычисления МПД для пучков прямоугольной формы по Хогстрому [1], позволяет его считать модификацией метода Хогстрома с эмпирическим определением параметров рассеяния.

Из описания метода Хогстрома, сделанного в предыдущем разделе, видно, что эффективная глубина Z_{eff} в нем учитывается только для ЦОР, но не используется при описании профилей. В описанном ниже алгоритме Z_{eff} присутствует не только при описании ЦОР, но и в формулах описания ПР. Это второе отличие предложенного алгоритма от прототипа.

В предложенном алгоритме вычисление МПД в точке (X, Y, Z) производится по формуле:

$$\begin{aligned} \dot{D}(X, Y, Z) = \\ = \dot{D}_b \iint S_{BL} f(X - X', Y - Y', Z_{\text{eff}}) g(Z_{\text{eff}}) dX' \end{aligned} \quad (10)$$

где: \dot{D}_b – мощность дозы пучка, Гр/с; S_{BL} – относительная интенсивность в направлении точки X', Y' ; $f(X, Y, Z)$ – ПР; $g(Z_{\text{eff}})$ – ЦОР.

Интеграл в выражении (10) берется по размерам выходного коллиматора. Эффективная глубина Z_{eff} и ЦОР $g(Z_{\text{eff}})$ вычисляются по формулам, аналогичным выражениям (4) и (7). Так же как центральная симметрия функции $d(X - X', Y - Y', Z)$, в формуле (1) функция $f(X - X', Y - Y', Z)$ создает определенную МПД за границами проекции выходного коллиматора, хотя интегрирование проводится только в пределах его размеров. Это иллюстрирует факт учета рассеяния выражениями (1) и (10).

Для ПР используется следующая формула:

$$\begin{aligned} f(X, Y, Z) = \frac{1}{4} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{A \times \left(1 + \frac{Z}{SSD}\right) - X}{\sqrt{2} \times \sigma(Z)} \right) + \right. \\ \left. + \operatorname{erf} \left(\frac{A \times \left(1 + \frac{Z}{SSD}\right) + X}{\sqrt{2} \times \sigma(Z)} \right) \right] \times \\ \left[\operatorname{erf} \left(\frac{B \times \left(1 + \frac{Z}{SSD}\right) - Y}{\sqrt{2} \times \sigma(Z)} \right) + \operatorname{erf} \left(\frac{B \times \left(1 + \frac{Z}{SSD}\right) + Y}{\sqrt{2} \times \sigma(Z)} \right) \right] \times \\ \left[\operatorname{erf} \left[\frac{A \times \left(1 + \frac{Z}{SSD}\right)}{\sqrt{2} \times \sigma(Z)} \right] \times \operatorname{erf} \left[\frac{B \times \left(1 + \frac{Z}{SSD}\right)}{\sqrt{2} \times \sigma(Z)} \right] \right]^{-1}, \end{aligned} \quad (11)$$

где $2A$ и $2B$ – стороны прямоугольного выходного коллиматора, $Z = Z_{\text{eff}}$.

ПР удобно нормировать на единицу. То есть всегда $f(0, 0, Z, \sigma) = 1, 0$ на главной оси пучка при любых значениях Z .

Для определения $\sigma(z)$ составим целевую функцию $E(Z, \sigma)$ и потребуем ее минимума по σ при любом заданном Z :

$$E(Z, \sigma) = \sum_{i=-I}^I [F(X_i, Y, Z) - f(X_i, Y, Z, \sigma)]^2, \quad (12)$$

где $(i = -I, \dots, I)$ – измеренные точки; $F(X, Y, Z)$ – измеренный профиль; $f(X, Y, Z, \sigma)$ – модельный профиль, вычисляемый по формуле (11).

Найденную зависимость $\sigma(z)$ примем за оценку зависимости СКО от глубины Z для подстановки в выражение (11) для вычисления профильной компоненты интеграла (10) и расчета МПД.

Для компоненты интеграла (10), задающей изменение МПД по глубине с помощью ЦОР для ТЛ $g(Z_{\text{eff}})$, воспользуемся, также как в методе Хогстрома, измеренными в водном фантоме данными ЦОР для квадратных пучков конечных размеров. ЦОР нормируется на единицу на заданной глубине Z_0 на оси пучка, то есть принимается $g(Z_0) = 1$. В качестве глубины, на которой производится нормирование ЦОР, удобно использовать точку максимума ионизации (электронного равновесия) в воде.

Рассмотрим процедуру использования измеренных данных для оценки ЦОР. Пусть:

N – число измеренных квадратных пучков;

$b = 0, 1, \dots, N - 1$ – индексы, нумерующие измеренные пучки;

S_b – размер стороны квадрата измеряемого пучка b , задаваемый на изоцентре (“оси”);

$G_b(Z, S_b, SSD)$ – измеренный ЦОР для квадратного пучка b для конкретного SSD .

По полученным экспериментально $G_b(Z, S_b, SSD)$ и $G_{b+1}(Z, S_{b+1}, SSD)$ линейной интерполяцией производится оценка ЦОР в воде $G(Z, A, B, SSD)$ для всех глубин Z любого прямоугольного пучка размером $2A \times 2B$ в изоцентре с соответствующей стороной эквивалентного квадрата S_c по формуле:

$$\begin{aligned} G(Z, A, B, SSD) = \\ = \frac{(S_{b+1} - S_c) \times [G(Z, S_{b+1}, SSD) - G(Z, S_b, SSD)]}{(S_{b+1} - S_b)} + \\ + G(Z, S_b, SSD). \end{aligned} \quad (13)$$

Величина S_c для прямоугольного пучка с размерами сторон $2A$ и $2B$ вычисляется из выражения, аналогичного формуле (9):

$$\operatorname{erf} \frac{A}{\sqrt{2}\sigma} \times \operatorname{erf} \frac{B}{\sqrt{2}\sigma} = \operatorname{erf} \left(\frac{S_c/2}{\sqrt{2}\sigma} \right)^2. \quad (14)$$

Величина S_c конкретного прямоугольного пучка, как правило, не совпадает ни с одним S_b квадратного пучка, с которым проводились измерения ЦОР. Поэтому для определенной по формуле (14) стороне S_c в изоцентре для конкретного прямоугольного пучка находят индексы b и $b+1$ из серии измерений с квадратными пучками, которые удовлетворяют условию $S_b \leq S_c < S_{b+1}$. Найденные индексы b и $b+1$ подставляют в интерполяционную формулу (13) для вычисления конкретного значения ЦОР в воде $G(Z, A, B, SSD)$ для глубины Z .

Определение ЦОР для узкого пучка проводится с помощью процедуры, аналогичной предложенной в [1], то есть по формуле, подобной формуле (8):

$$g(Z_{\text{eff}}, A, B, SSD) = G(Z_{\text{eff}}, A, B, SSD) \times \left(\operatorname{erf} \frac{S_c/2}{\sqrt{2}\sigma} \right)^{-2}. \quad (15)$$

Результаты

С целью проверки эффективности предложенного алгоритма был проведен верификационный эксперимент. В эксперименте были использованы измерения в водном фантоме электронного пучка ускорителя Novac11, предназначенного для интраоперационной лучевой терапии. Была выбрана энергия 4 МэВ, выходной коллиматор размером 30 мм и РИП=850 мм. При таких параметрах электронного пучка вклад стенок выходного коллиматора незначителен и им можно пренебречь. Для простоты эксперимент по измерению и расчету МПД был проведен только для поперечного профиля по X , когда $Y=0$.

Измерения профилей по X проведены на десяти глубинах (см. табл. 1). На рис. 1, приведены 5 из 10 измеренных профилей. Все 10 профилей после шумоподавления и нормирования были использованы для выполнения поиска СКО как оценки рассеяния ("размытия") пучка электронов путем минимизации по σ целевой функции $E(Z, \sigma)$, определенной по формуле (12). При проведении оптимизационных рас-

Таблица 1
Зависимость СКО рассеяния электронного пучка с энергией 4 МэВ от глубины

№	Z, мм	$E(Z, \sigma)$	$\sigma(Z)$, мм
1	1,0	0,1843	1,50
2	4,0	0,0979	2,20
3	7,0	0,0507	2,95
4	10,0	0,0198	3,70
5	13,0	0,0037	4,44
6	16,0	0,0080	5,14
7	19,0	0,0429	5,72
8	22,0	0,1176	6,15
9	25,0	0,2338	6,44
10	28,0	0,3823	6,64

четов был применен метод Левенберга-Марквардта [6].

Наряду с указанными десятью профилями, использованными для поиска зависимости СКО пучка электронов по глубине, для верификации были измерены еще три профиля на других, контрольных глубинах. Эти измерения в оптимизационном поиске СКО не использовались, а служили только для контроля точности расчетов по предложенному алгоритму.

Профили пучка электронов с энергией 4 МэВ и выходном коллиматоре 30 мм, измеренные на контрольных глубинах и рассчитанные по формулам (10) и (11) приведены на рис. 2 для глубин 3, 8 и 17 мм соответственно. В отличие от профилей для определения параметров рассеяния измеренные контрольные профили изображены без шумоподавления. В табл. 2 приведена ширина пучка на контрольных глубинах и 90, 50 и 10 % уровнях соответ-

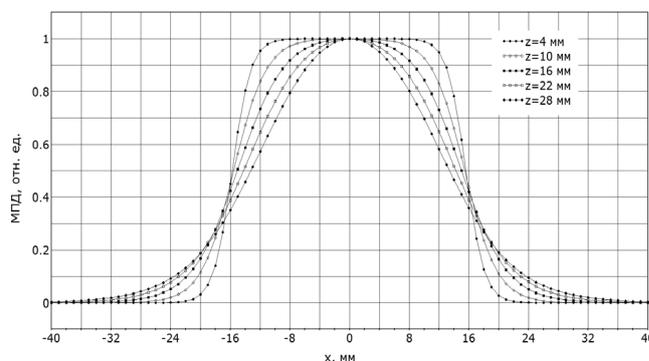


Рис. 1. Измеренные профили пучка электронов с энергией 4 МэВ и выходном коллиматоре 30 мм на глубинах 4, 10, 16, 22 и 28 мм

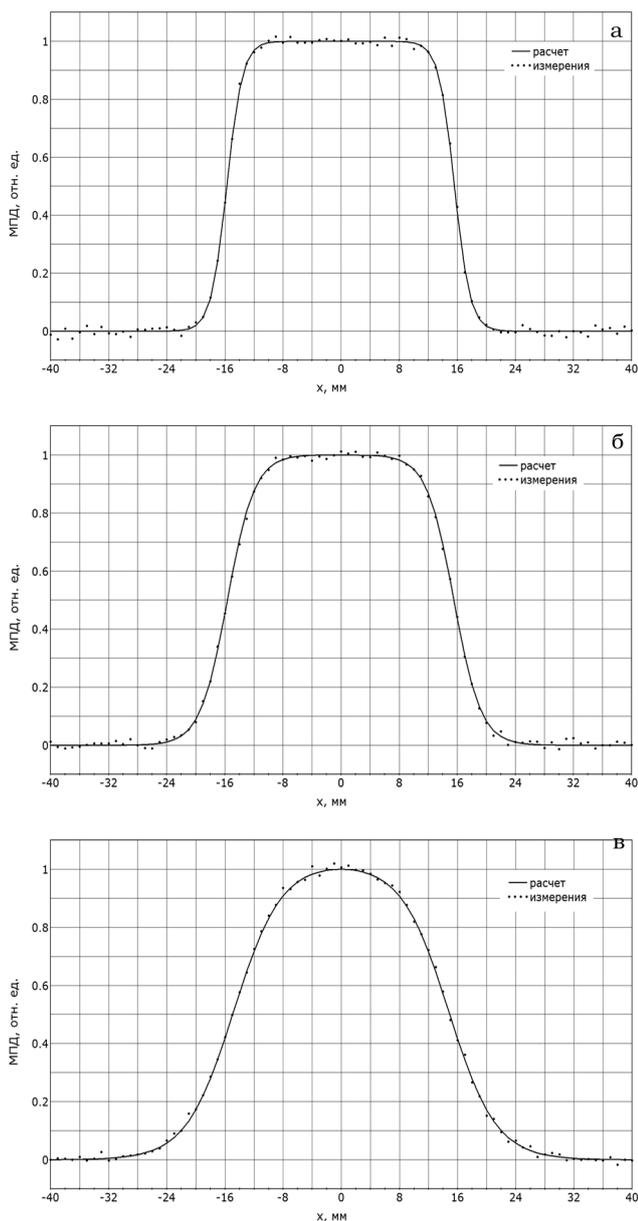


Рис. 2. Измеренные контрольные профили и профили, рассчитанные по формуле на глубинах 3 мм (а), 8 мм (б) и 17 мм (в) для пучка электронов с энергией 4 МэВ и выходном коллиматоре 30 мм

ственно, полученная из данных дозиметрии и рассчитанная по формулам (10) и (11) с учетом ЦОР. В формуле (11) в качестве значений СКО на контрольных глубинах были использованы соответствующие интерполированные значения из табл. 1.

На рис. 3 приведены ЦОР для выбранного пучка электронов как измеренные на ускорителе, так и рассчитанные по формуле (10) и свя-

Таблица 2

Сравнение измеренной ширины пучка электронов с энергией 4 МэВ и размером 30 мм с расчетными значениями, полученными с помощью предложенного алгоритма на различных уровнях (глубины 3, 8 и 17 мм)

Z, мм	B_{mes} , мм	B_{calc} , мм	$\Delta = B_{mes} - B_{calc}$, мм	$\sigma(Z)$, мм
Уровень 90 %				
3,0	26,619	26,586	0,033	1,97
8,0	23,008	23,002	0,006	3,20
17,0	16,770	16,466	0,304	5,33
Уровень 50 %				
3,0	31,434	31,356	0,078	1,97
8,0	31,216	31,181	0,035	3,20
17,0	29,769	29,858	-0,089	5,33
Уровень 10 %				
3,0	36,123	36,237	-0,114	1,97
8,0	39,368	39,187	0,181	3,20
17,0	44,087	43,917	0,170	5,33

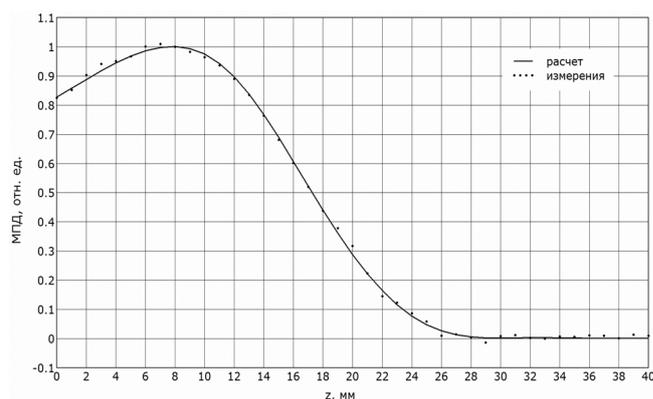


Рис. 3. Измеренные и рассчитанные ЦОР пучка электронов с энергией 4 МэВ при выходном коллиматоре диаметром 30 мм

занными с ней формулами, в том числе (15) для ЦОР. Измеренный ЦОР, как и измеренные контрольные профили, изображены без шумоподавления.

Выводы

Из рис. 2 видно, что рассчитанные с помощью предложенного алгоритма ПР хорошо согласуются с измеренными на всех глубинах. Как отмечено выше, основным недостатком метода Хогстрема является расхождение расчета

МПД с ее измеренным значением на средних глубинах. В проведенном верификационном эксперименте по крайней мере один контрольный профиль находится на средней глубине (8 мм) и заметного отличия рассчитанного и измеренного профиля не наблюдается. Это позволяет сделать первый вывод – предложенный алгоритм ТЛ для электронов с использованием эмпирического определения параметров рассеяния дает хорошие результаты на всех глубинах. Причем расхождение рассчитанной и измеренной ширины пучка не превышает 0,3 мм. На 50 % уровне расхождения меньше 0,1 мм.

Зависимость ширины пучка на разных глубинах в расчетных и измеренных данных МПД идентичны (см. табл. 2). На 90 % уровне имеется небольшое уменьшение ширины пучка, так как рассеянные электроны “уходят” из области вблизи оси пучка. Это подтверждается заметным ростом с глубиной ширины пучка на 10 % уровне.

Как видно (рис. 3), из сравнения рассчитанного и измеренного ЦОР также наблюдается хорошее согласие. Отсюда второй вывод – предложенная модификация процедуры оценки параметров ЦОР ТЛ дает хорошие результаты на всех глубинах.

Приведенные результаты носят иллюстративный характер и будут проверены более тщательно на других энергиях электронов и размерах пучка.

Отличительной особенностью предложенного алгоритма является простота настройки его внутренних параметров с помощью обычной дозиметрии для конкретного ускорителя, имеющегося в радиологическом отделении клиники.

Список литературы

1. *Hogstrom K.R., Mills M.D., Almond P.R.* Electron beam dose calculation. // *Phys. Med. Biol.*, 1981, **26**, No. 3, P. 445–459.
2. *Kooy H.M., Rashid H.* A Three-dimensional electron pencil-beam algorithm. // *Phys. Med. Biol.*, 1989, **34**, No. 2, P. 229–243.
3. *Климанов В.А.* Радиобиологическое и дозиметрическое планирование лучевой и радионуклидной терапии. Часть 1. – Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”. Москва, 2011.
4. *Radiation Dosimetry: Electron Beams with Energies Between 1 and 50 MeV.* // ICRU report, **35**, 1984.
5. *Parker R.P., Hobday P.A., Cassell K.J.* The direct use of CT numbers in radiotherapy dosage calculations for inhomogeneous media. // *Phys. Med. Biol.*, 1979, **24**, P. 802–809.
6. *Гилл Ф., Мюррей У., Райт М.* Практическая оптимизация. – М., Мир, 1985.

PENCIL BEAM ALGORITHM FOR ELECTRONS BASED ON EMPIRICAL CALCULATION OF SCATTERING PARAMETERS

*S.A. Knyazev, I.N. Brikker, O.B. Ryazantsev
Gammamed Soft Ltd., Moscow, Russia*

The article suggests a modification of the Pencil Beam algorithm to calculate the absorbed dose rate for the electron irradiation of an inhomogeneous object. The algorithm uses Hogstrom analytical solution for the rectangular beam. To calculate the Pencil Beam dispersion the algorithm solves a task of finding a minimum of the efficiency function. The efficiency function is built using analytical solution and a set of dosimetry parameters of a particular accelerator. The use of the dispersion found with this method produces the calculated absorbed dose rate matching the experimental with a good precision at all depths including middle depths, which is unlike the Hogstrom solution based on Fermi-Eyges model giving results significantly different from the experimental data for the middle depths.

Key words: *electron beam, Pencil Beam algorithm, Hogstrom's method*

E-mail: knyazev.sergey@bk.ru