

АНАЛИТИЧЕСКАЯ АППРОКСИМАЦИЯ ДОЗОВОГО ЯДРА ТОНКОГО ЛУЧА ФОТОНОВ ТЕРАПЕВТИЧЕСКОГО АППАРАТА РОКУС

В.А. Климанов^{1,2}, А.Н. Мусеев³, Н.Н. Могиленец²

¹ Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, Москва

² МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва

³ Лечебно-реабилитационный центр, Москва

С помощью метода Монте-Карло и комплекса EGSnrc выполнен расчет дозового ядра тонкого луча (dose kernel of pencil beam) в воде для фотонов с энергетическим спектром гамма-терапевтического аппарата РОКУС. Полученные данные по дозовому ядру аппроксимированы на разных глубинах для радиальных распределений первичного и рассеянного компонентов дозового ядра суммами экспоненциальных функций, деленными на радиус. Такая аппроксимация делает возможным представление дозы от пучков фотонов с поперечным сечением произвольной формы в виде суммы интегралов Зиверта.

Ключевые слова: дистанционная лучевая терапия, терапевтический аппарат РОКУС, тонкий луч фотонов, 3-D дозиметрическое планирование, метод триангуляции, интеграл Зиверта

Введение

В системах 3-мерного дозиметрического планирования дистанционной лучевой терапии пучками фотонов и тормозного излучения широкое применение нашли модельные методы [1], основанные на использовании дозовых ядер (англ. *dose kernel*) для элементарных источников фотонов. Эти дозовые ядра, представляющие собой относительные распределения поглощенной энергии в единице объема водной среды, обычно предварительно рассчитываются методом Монте-Карло. Наиболее широкое распространение в настоящее время в системах 3-мерного дозиметрического планирования (ЗМ СДП) дистанционной лучевой терапии получила модель тонкого луча (ТЛ) (англ. *pencil beam*) [2].

Развивая эту модель, А. Анешо с коллегами [2] предложил удобную аналитическую аппроксимацию дозового ядра ТЛ для фотонов со спектром тормозного излучения 5, 8 и 18 МэВ. Важной особенностью аппроксимации

А. Анешо является приближенное раздельное описание первичного и рассеянного компонентов дозы. Аппроксимация содержит два эмпирических коэффициента (по одному для каждого компонента) для каждой глубины, значения которых в работе [2] подбирали с помощью нелинейного метода наименьших квадратов, используя результаты расчета дозовых ядер ТЛ методом Монте-Карло. На основе предложенной аналитической аппроксимации А. Анешо и соавт. разработали один из самых быстрых алгоритмов расчета 3-мерных дозовых распределений. Ускорение расчетов в нем происходит за счет триангуляции поля излучения и сведения расчета дозы, создаваемой отдельным треугольным сектором поля, к интегралу Зиверта.

В работах [3–5] методом Монте-Карло были рассчитаны дозовые ядра для большого набора моноэнергетических источников фотонов в геометрии тонкого луча (ТЛ) в диапазоне энергии от 0,1 МэВ до 25 МэВ, в том числе и для энергии 1,25 МэВ. Там же для этих источ-

ников были предложены аппроксимационные формулы, с хорошей точностью описывающие пространственные распределения дозовых ядер для первичной и рассеянной компонент. Однако аналитическая форма этих формул не позволяет свести расчет дозы к сумме интегралов Зиверта. С другой стороны, в России и во многих других странах достаточно широко применяются терапевтические аппараты, заряженные источниками с радионуклидом ^{60}Co , как например, аппарат РОКУС. Используемые в них источники имеют достаточно большие размеры ($\sim 20 \times 20$ мм), поэтому спектр выходящего из них излучения состоит не из двух линий (1,17 и 1,33 МэВ) со средней энергией 1,25 МэВ, а модифицируется вследствие поглощения и рассеяния фотонов в источнике и головке аппарата. Данный спектр был рассчитан нами ранее методом Монте-Карло [6].

Материал и методы

Значения дозового ядра ТЛ в воде для фотонов со спектром аппарата РОКУС были рассчитаны методом Монте-Карло, с применением программного комплекса EGSnrc [7]. Расчеты дозовых ядер, выполненные ранее [2–5], были проведены с помощью программы EGS4 или программы GEWATER. В настоящей работе в качестве расчетного инструмента выбран код EGSnrc, являющийся улучшенной версией кода EGS4. В частности, существенной модификации подверглось моделирование транспорта низкоэнергетических фотонов и электронов, включены учет связи электронов в атоме и процессы релаксации атомов после комптоновского рассеяния и фотопоглощения фотонов и др. Геометрия расчета показана на рис. 1.

Дозовое ядро ТЛ определяется как доля от энергии фотонов тонкого луча, поглощаемая в единице объема среды вблизи произвольной точки \vec{r} . Учитывая, что в принятой для модели геометрии ТЛ падает нормально на полубесконечную среду, ядро ТЛ зависит от глубины расположения расчетной точки z , ее расстояния от оси источника r и от энергии фотонов E . Будем обозначать это ядро через $K_{\text{тл}}(E, z, r)$. Значения ядра в работе были определены для глубин $z=0,2 \div 43,0$ см и для радиусов $r=0,01 \div 40,0$ см.

В работе [2] А. Анешо и соавт. предложили аппроксимировать дозовое ядро ТЛ в однородной водной среде для конкретного спектра

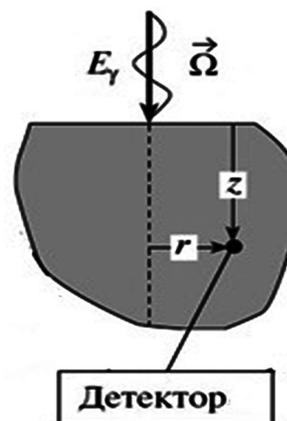


Рис. 1. Геометрия расчета

удобным аппроксимационным выражением в виде:

$$K_{\text{тл}}(z, r) = (A_z \cdot e^{-a_z \cdot r} + B_z \cdot e^{-b_z \cdot r}) / r, \quad (1)$$

где A_z , B_z , a_z и b_z – эмпирические коэффициенты, зависящие от спектра пучка и глубины точки расчета. Причем авторы попытались выполнить аппроксимацию так, чтобы первый член в формуле (1) описывал первичный компонент ядра (доза от электронов, образующихся при взаимодействии с водой первичного излучения), а второй член – рассеянный компонент (доза от фотонов, рассеянных в воде). Однако позднее в работе [5] было показано, что результаты работы [2] при таком подходе для глубин $z < 10$ см переоценивают первичный компонент, а рассеянный компонент недооценивают.

Прямой 3М расчет дозы на основе модели ТЛ состоит в численном расчете многократного интеграла по спектру пучка и по площади поперечного сечения пучка на поверхности облучаемого объекта (рис. 2) или в плоскости изоцентра. Формула имеет следующий вид:

$$D(x, y, z) = \int dE \iint_S dx' dy' \Psi_E(x', y', z' = 0) \cdot \frac{K_{\text{тл}}(E, x - x', y - y', z)}{\rho(x, y, z)}, \quad (2)$$

где Ψ_E – распределение флюенса энергии фотонов в площади поперечного сечения и по энергии падающего пучка фотонов; ρ – плотность среды.

Численный расчет многократных интегралов для всех точек детектирования очень трудоемок и, соответственно, требует длительного времени. Методика триангуляции, приме-

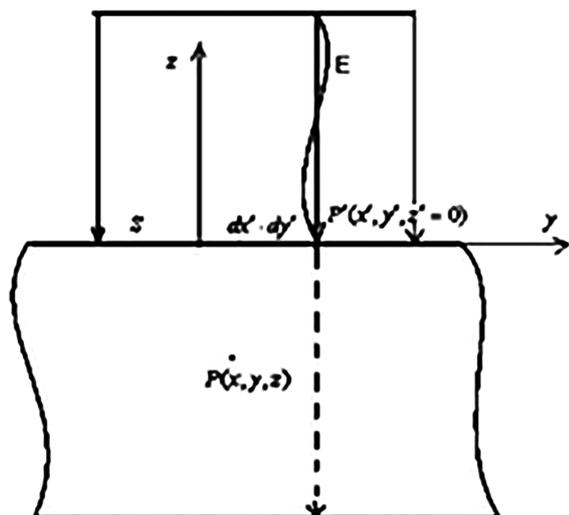


Рис. 2. К расчету дозы в модели тонкого пучка

ненная для расчета дозы в [2], заключается в разделении поля излучения (поперечное сечение пучка фотонов) на отдельные треугольники и далее в представлении отдельного треугольного сектора в виде суперпозиции двух прямоугольных треугольников (рис. 3).

Значение дозы, создаваемое на глубине z сектором поля в виде прямоугольного треугольника, определяется следующим выражением, которое при условии, что дозовое ядро описывается формулой (1), аналитически интегрируется:

$$D(x,y,z) = \psi \cdot \int_0^{\theta} \int_0^{H/\cos\theta} \left[\frac{A_z \cdot e^{-a_z \cdot r}}{r} + \frac{B_z \cdot e^{-b_z \cdot r}}{r} \right] \cdot r \cdot dr \cdot d\theta = \frac{A_z}{a_z} \left[\theta - \int_0^{\theta} e^{-a_z \cdot H/\cos\theta} d\theta \right] + \frac{B_z}{b_z} \left[\theta - \int_0^{\theta} e^{-b_z \cdot H/\cos\theta} d\theta \right], \quad (3)$$

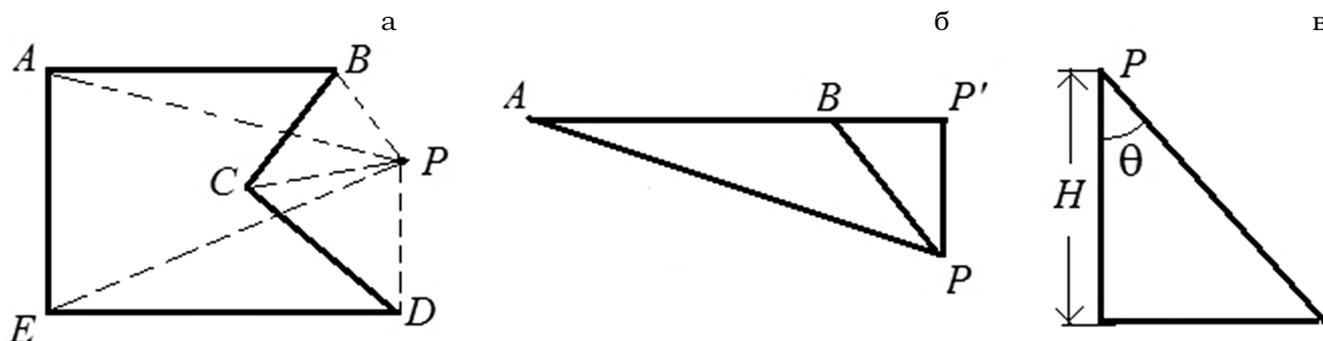


Рис. 3. Метод триангуляции при расчете доз от пучков с произвольным поперечным сечением: а – разделение поля на треугольные секторы; б – представление произвольного треугольного сектора в виде суммы двух прямоугольных; в – к расчету дозы от сектора в виде прямоугольного треугольника

где Ψ – флюенс энергии фотонов, усредненный по площади сектора; одномерные интегралы во второй части выражения известны в литературе как интегралы Зиверта первого рода. Их численные значения можно найти в справочной литературе или предварительно протабулировать.

Таким образом, для расчета дозы на заданной глубине требуется знать эмпирические коэффициенты, входящие в аппроксимационную формулу (1). Однако попытки аппроксимировать полученные значения дозового ядра ТЛ для фотонов со спектром аппарата РОКУС формулой (1) не дали желаемой точности. Поэтому нами был использован несколько другой подход к получению аппроксимационных формул.

Дозовое ядро ТЛ для фотонов со спектром аппарата РОКУС было разделено на две компоненты:

$$K_{TL} = K_{TL,p} + K_{TL,s}, \quad (4)$$

где $K_{TL,p}$ – первичная компонента; $K_{TL,s}$ – рассеянная компонента дозового ядра.

Для аппроксимации радиальной зависимости каждой компоненты применено следующее аналитическое выражение:

$$K_{TL,j}(z,r) = \sum_{i=1}^{N_j} C_i(z) \cdot e^{-k_i(z)r} / r, \quad (5)$$

где $j = p$ или s для первичной и рассеянной компонент соответственно; N_j – число членов суммы для первичной ($j = p$) и рассеянной компонент ($j = s$); C_i и k_i – эмпирические коэффициенты, зависящие от глубины.

Значения эмпирических коэффициентов находились с помощью подгонки к результатам расчета дозового ядра методом Монте-Карло. Методика подгонки, подробно описанная в [6], представляла сочетание метода случайного поиска с методом нелинейной регрессии.

Важно отметить, что выбранная форма аппроксимации (5) позволяет достаточно просто применить при расчете дозы метод триангуляции. Значение дозы в этом случае можно найти по формуле:

$$D_j(x,y,z) = \psi(x',y',z'=0) \cdot \sum_{i=1}^{N_j} \int_0^{\theta} \int_0^{H/\cos\theta} |C_i(z) \cdot e^{-k_i(z)r}| \cdot r \cdot dr \cdot d\theta \quad (6)$$

$$= \psi(x',y',z'=0) \cdot \sum_{i=1}^N \frac{C_i(z)}{k_i(z)} \left[\theta - \int_0^{\theta} e^{-k_i(z)H/\cos\theta} d\theta \right]$$

Отметим, что глубинное распределение отдельных компонент дозы (первичной или рассеянной) по оси дискового мононаправленного источника радиусом R , фотоны которого нормально падают на водный фантом, определяется из данных по аппроксимации дозового ядра ТЛ следующим выражением:

$$D_j(z) = 2\pi \int_0^R K_{mj}(z,r) \cdot r \cdot dr = \quad (7)$$

$$= 2\pi \sum_{i=1}^{N_j} \frac{C_i(z)}{k_i(z)} (1 - e^{-k_i R}),$$

где эмпирические коэффициенты и число членов суммы берутся для конкретной компоненты.

Будем называть для удобства выражение для определения дозы (7) интегральной формой дозового ядра ТЛ.

Результаты

Проведенные исследования показали, что для аппроксимации обеих компонент дозового ядра с удовлетворительной для практики точностью достаточно оставить в формуле (5) четыре члена, т.е. взять $N_p=N_s=4$. Средняя погрешность аппроксимации для дозового ядра в дифференциальной форме (5) при этом оказалась $\leq 3\%$ для первичной компоненты. Для рассеянной компоненты средняя погрешность аппроксимации получилась $\leq 5\%$ за исключением области больших $r \geq 25$ см. Пример аппроксимации показан на рис. 4 и 5. Вместе с тем расчет доз в лучевой терапии фактически проводится через интегралы от дифференциальной формы дозовых ядер (например, формулы (6) и (7)). Погрешность интегральной формы дозового ядра на практике мало связана с погрешностью аппроксимации дифференциальной формы в отмеченном интервале и среднеквадратичная погрешность аппроксимации этой формы оказалась меньше 5% .

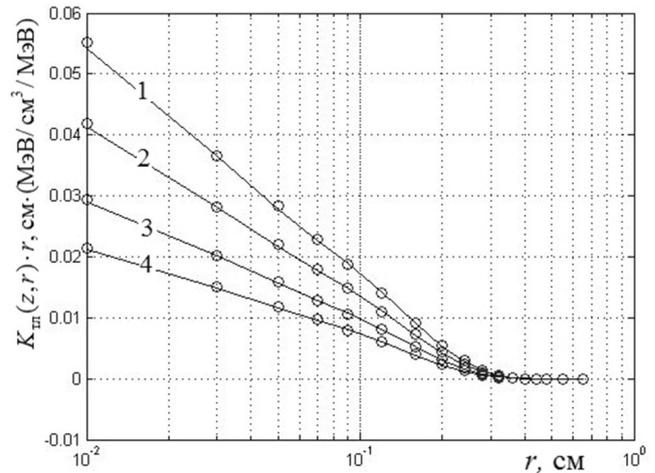


Рис. 4. Сравнение радиальных зависимостей результатов расчета первичной компоненты дозового ядра ТЛ фотонов со спектром аппарата РОКУС методом Монте-Карло (•) с результатами аппроксимации (—) этой величины по формуле (5) для разных глубин в водном фантоме: 1) $z=0,7$; 2) $z=4,5$; 3) $z=9,5$; 4) $z=31$ см

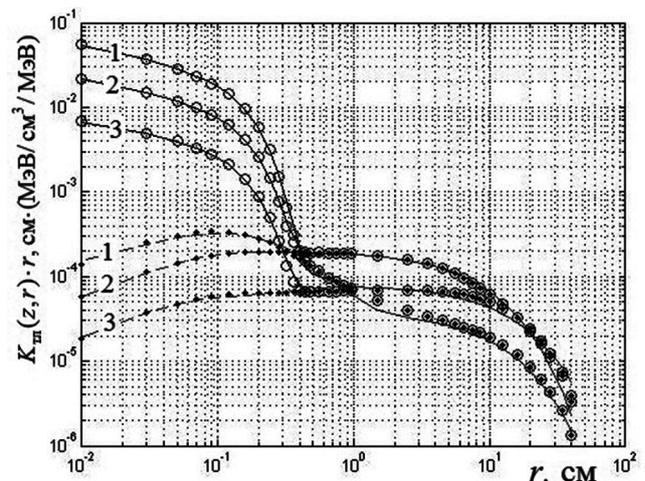


Рис. 5. Сравнение радиальных зависимостей результатов расчета рассеянной компоненты (•) и полного значения дозового ядра (□) ТЛ фотонов со спектром аппарата РОКУС с результатами аппроксимации (— и - - -) этих величин по формуле (5) для разных глубин в водном фантоме: 1) $z = 0,7$; 2) $z = 14$; 3) $z = 31$ см

Графическая иллюстрация данного утверждения показана на рис. 6.

Полученные в работе значения эмпирических коэффициентов для отдельных компонент дозового ядра ТЛ в дифференциальной форме на нескольких глубинах в водной среде в

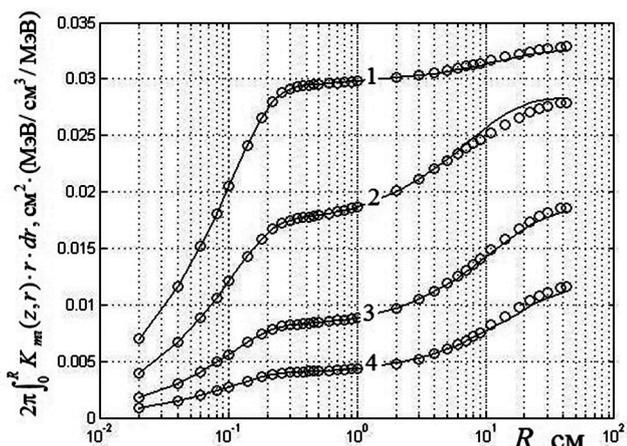


Рис. 6. Сравнение радиальных зависимостей результатов расчета интегральной формы дозового ядра ТЛ фотонов со спектром аппарата РОКУС методом Монте-Карло (○) с результатами аппроксимации (—) этой величины по формуле (7) для разных глубин в водном фантоме: 1) z=0,7; 2) z=5,5; 3) z=20,0; 4) z=31 см

виде примера приводятся для первичной компоненты в табл. 1 и для рассеянной компоненты в табл. 2. Полная версия эмпирических коэффициентов может быть предоставлена авторами по отдельному запросу.

Обсуждение результатов

Выше отмечалось, что значение дозового ядра ТЛ в интегральной форме (7) на конкретной глубине z в воде для радиуса R эквивалентно дозе, создаваемой дисковым мононаправленным источником радиусом R на той же глубине z при условии одинакового спектра. Учитывая это, для дополнительной проверки точности аппроксимации было проведено сравнение результатов расчета дозового ядра ТЛ в интегральной форме по формуле (7) для разных значений R с прямым расчетом

Таблица 1

Значения аппроксимационных коэффициентов для расчета первичной компоненты дозового ядра ТЛ фотонов со спектром терапевтического аппарата РОКУС для некоторых значений Z

Глубина в водном фантоме Z, см	Коэффициенты C _i			
	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄
0,7	-1,7231e+003	-1,9219e+002	-6,1638e+002	-5,7622e+001
5,5	3,8273e+003	1,0138e+003	1,0357e+003	3,0895e+002
20,0	-2,5579e+003	-1,0682e+003	-6,8932e+002	-4,1051e+002
31,0	4,5373e+002	2,4664e+002	2,7001e+002	1,5919e+002
Глубина в водном фантоме Z, см	Коэффициенты k _i			
	k ₁	k ₂	k ₃	k ₄
0,7	1,9060e+001	1,8763e+001	1,8498e+001	1,8125e+001
5,5	1,9260e+001	1,9140e+001	1,8642e+001	1,8576e+001
20,0	1,9536e+001	1,9597e+001	1,9040e+001	1,8843e+001
31,0	2,0060e+001	1,9768e+001	1,9331e+001	1,9101e+001

Таблица 2

Значения аппроксимационных коэффициентов для расчета рассеянной компоненты дозового ядра ТЛ фотонов со спектром терапевтического аппарата РОКУС для некоторых значений Z

Глубина в водном фантоме Z, см	Коэффициенты C _i			
	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄
0,7	3,9202e-005	8,1899e-002	1,5238e-004	8,2347e-005
5,5	4,5880e-004	3,0226e+000	-3,6142e-005	-3,7617e-005
20,0	-4,9997e-004	2,1091e+001	-1,0305e-003	-1,4155e-003
31,0	9,6082e-005	2,4092e+001	9,2868e-004	1,3752e-003
Глубина в водном фантоме Z, см	Коэффициенты k _i			
	k ₁	k ₂	k ₃	k ₄
0,7	8,1899e-002	1,4989e-001	9,1043e-002	6,6623e-002
5,5	3,0226e+000	3,0180e+000	3,0180e+000	3,0179e+000
20,0	2,1091e+001	2,2546e+001	2,2546e+001	2,2546e+001
31,0	2,4092e+001	2,2060e+001	2,2060e+001	2,2060e+001

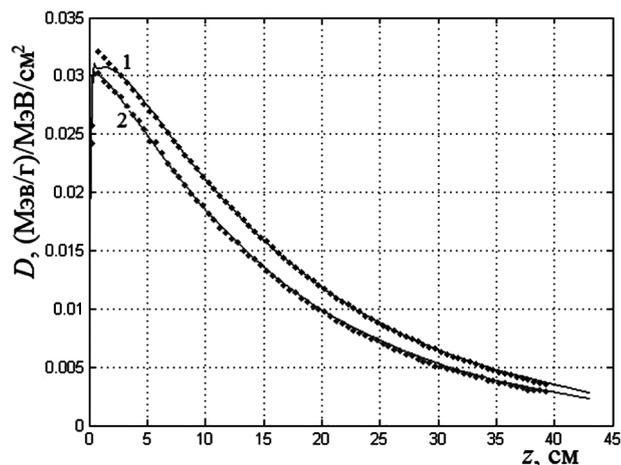


Рис. 7. Сравнение дозовых распределений в воде вдоль оси дисковых мононаправленных источника фотонов со спектром терапевтического аппарата РОКУС радиусом $R=5,64$ см ("1", эквивалент по площади пучку 10×10 см) и радиусом $R=2,26$ см ("2", эквивалент по площади пучку 4×4 см), полученные прямым расчетом методом Монте-Карло (•) и рассчитанные по формуле (7), используя полученные в настоящей работе значения эмпирических коэффициентов (—)

методом Монте-Карло дозовых распределений по оси дисковых мононаправленных источников в воде при тех же значениях радиуса R . Для примера некоторые результаты сопоставления показаны на рис. 7. Из сравнения результатов можно сделать вывод о хорошей точности расчета дозового ядра ТЛ в воде для спектра фотонов аппарата РОКУС по предложенной аппроксимационной формуле (5) при использовании полученных в настоящей работе значений аппроксимационных коэффициентов. Небольшое различие наблюдается только на глубинах $z=0,5-1,5$ см.

Список литературы

1. Климанов В.А. Радиобиологическое и дозиметрическое планирование лучевой и радионуклидной терапии. Часть 1. – М.: НИЯУ МИФИ, 2011.
2. Ahnesjö A., Saxner M., Trepp A. A pencil beam model for photon dose calculation. // *Med. Phys.*, 1992, **19**, P. 263–273.
3. Донской Е.Н., Климанов В.А., Смирнов В.В. и соавт. Дозовые распределения дифференциального и интегрального тонких лучей фотонов в воде для целей планирования в лучевой терапии. // *Мед. физика.*, 1997, № 4, С. 38–42.
4. Donskoy E.N., Klimanov V.A., Smirnov V.V. et al. Database of the energy deposition kernels for radiation therapy purposes. // *Nuclear Data for Science and Technology.* **59**, No. 2, P. 1704–1708.
5. Климанов В.А., Козлов Е.Б., Трошин В.С. и соавт. Библиотека интегральных дозовых ядер для расчета дозовых распределений в лучевой терапии. // *Мед. радиол. и радиац. безопасность.* 2000, **45**, № 5, С. 55–61.
6. Климанов В.А., Моисеев А.П., Могиленец Н.Н. Дозовое ядро дифференциального тонкого луча фотонов со спектром терапевтического аппарата РОКУС и его аналитическая аппроксимация. // *Мед. физика*, 2014, № 4(64), С. 5–13.
7. Kawrakow I. Accurate condensed history Monte Carlo simulation of electron transport. I. EGSnrc, the new EGS4 version. // *Med. Phys.*, 2000, **27**, P. 1687–1697.

ANALYTICAL APPROXIMATION OF PENCIL BEAM DOSE KERNEL FOR PHOTONS SPECTRUM OF ROKUS TREATMENT UNIT

V.A. Klimanov^{1,2}, A.N. Moiseev³, N.N. Mogilenets¹

¹ National Research Nuclear University "MEPhI", Moscow, Russia

² Moscow State University, Moscow, Russia

³ Treatment-Rehabilitation Center, Moscow, Russia

Article includes results of Monte-Carlo calculations in EGSnrcs program in terms of dose kernel pencil beam in water medium for photons spectrum of ROKUS Co-60 treatment unit. Calculated data were approximated along radial dimension separately for primary and scattered dose kernel terms with sums of exponential functions divided by radius. This approximation makes possible direct implementation of the representation dose, created by photon beam with arbitrary cross section, as a sum Sivert integrals.

Key words: external radiation therapy, ROKUS treatment unit, Monte Carlo method, photon pencil beam, 3D treatment planning, triangulation method, Sievert integral

E-mail: vaklimanov@mephi.ru